

## Compito del 14/9/2009

1. Calcolare la soluzione del seguente sistema lineare con il metodo di Gauss *naive*, e determinare le matrici  $L$  ed  $U$  della fattorizzazione  $A = LU$ , dove  $A$  è la matrice dei coefficienti del sistema:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\x_2 - x_3 &= 0 \\x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1\end{aligned}$$

2. (a) Calcolare il polinomio  $p(x)$  di interpolazione dei dati  $(0, a)$ ,  $(1, b)$ ,  $(2, c)$ , in funzione di  $a$ ,  $b$  e  $c$ .  
(b) Calcolare  $p'(x)$ , e determinare quale relazione deve sussistere fra i parametri  $a$ ,  $b$  e  $c$  affinché  $p'(x)$  risulti costante. In questo caso particolare, cosa succede ai tre punti  $(0, a)$ ,  $(1, b)$ ,  $(2, c)$ ?
3. Dato il procedimento iterativo

$$x_{k+1} = g(x_k).$$

con  $g(x) = -x^2 + 4x - 4 + 4(1 + x^2)^{-1}$ .

- (a) Mostrare che 1 è punto fisso di  $g$ .
  - (b) Dire se in 1 il procedimento iterativo converge e in caso affermativo calcolare l'ordine di convergenza.
4. Si vuole stimare

$$\int_0^{2\pi} \cos^2(x) dx,$$

usando la formula composta di Simpson. Determinare il numero di intervalli che si devono utilizzare per ottenere un errore minore di  $10^{-4}$ .