Compito del 13/09/2010

1. Si consideri il calcolo della seguente funzione per $x > 0$
$$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$
Mostrare che per elevati valori di x un algoritmo diretto per il calcolo della funzione è soggetto al fenomeno della *cancellazione numerica*. Proporre un algoritmo che non sia affetto d tale fenomeno e verificarne la efficacia con un caso concreto foenrndo un esempio in cui si utilizzano tre cifre significative. Si supponga che la radice quadrata numerica restituisca $\texttt{fl}(\sqrt{x})$ dove $x \in R^+$.
[10 punti]

2. Data la tabella di punti

x_i	-1.5,	-1.0,	-0.8,	0.1,	0.2,	1.0,	1.4
y_i	1.1,	0.8,	0.4,	-0.1,	0.0,	-1.0,	-1.6

Calcolare la retta dei minimi quadrati;
Calcolare il numero di condizionamento del sistema di equazioni normali associato al punto precedente. [12 punti]

3. Data la funzione
$$f(x) = e^{x/5},$$
maggiorare l'errore di interpolazione nell'intervallo $[-2, 2]$ per un polinomio di interpolazione costruito sui nodi $x_0 = -2$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.
[4 punti]

4. Approssimare l'integrale
$$\int_0^4 \sqrt{x}\, dx,$$
con la formula di Gauss-Legendre a tre nodi (*suggerimento*: i nodi e i pesi nell'intervallo $[-1, 1]$ sono dati da $x_0 = -\sqrt{\frac{3}{5}}$, $x_1 = 0$, $x_2 = \sqrt{\frac{3}{5}}$, e $w_0 = -\frac{5}{9}$,$w_1 = \frac{8}{9}$,$w_2 = \frac{5}{9}$), e confrontare il risultato ottenuto con il risultato esatto.
Determinare l'ordine polinomiale di tale formula di quadratura con tali nodi e pesi.
[6 punti]