

Compito del 11/05/2009

1. Assegnato il sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

e $b = (0, -1, 4)^T$, determinare la soluzione del sistema utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss con eventuali varianti del pivot.

2. Dire sotto quali ipotesi sui nodi $x_0, x_1, x_2 \in [0, 1]$ esiste ed è unico il polinomio $P(x)$ che verifica le seguenti condizioni,

$$\begin{aligned} P(x_0) &= f(x_0), \\ P'(x_1) &= f'(x_1), \\ P'(x_2) &= f'(x_2), \end{aligned}$$

con $f \in C^\infty([0, 1])$.

3. Dato il procedimento iterativo

$$x_{n+1} = x_n + 0.5(e^{2(1-x_n)} - 1),$$

determinare i punti fissi e stabilire l'ordine di convergenza.

4. Considerando la formula di quadratura di Simpson,

- (a) dimostrare che l'ordine polinomiale è tre;
- (b) dire quanto valgono i pesi α_i , $i = 1, 2, 3$ di tale formula.
- (c) Considerando la versione composta della formula di quadratura di Simpson integrare la funzione $f(x) = \sin(x)$ in $[0, \pi]$ utilizzando due sottointervalli.