

Formazione Numerica per Informatici

Esercizi d'esame

January 23, 2004

Modalità di svolgimento

Si seguito sono esposti i testi di alcuni degli esercizi che costituiranno parte integrante della prova di esame.

La soluzione degli esercizi deve essere presentata in sede d'esame in forma **scritta**. Gli esercizi che prevedono una implementazione in Matlab (ad esempio la costruzione di una funzione Matlab che esegua certe operazioni o che fornisca certi risultati in uscita) deve essere corredata da uno *script* Matlab che ne illustri le caratteristiche con qualche esempio, da un listato su un supporto informatico (ad esempio su un floppy) e da un esempio di esecuzione del programma stampato su carta.

In sede d'esame verrà chiesto di mostrare lo svolgimento di uno o più esercizi assegnati, a scelta del docente.

Rappresentazione dei numeri al calcolatore

1. Scrivere una funzione Matlab per il calcolo del coefficiente binomiale
2. Scrivere una funzione Matlab per il calcolo delle radici di una equazione di secondo grado di coefficienti (a,b,c), che eviti il problema della cancellazione numerica.
3. Dopo aver scritto una funzione per il cambiamento di base, trovare le cifre in base C dei numeri in base B . Usare 10 cifre per la rappresentazione. Calcolare in particolare le seguenti conversioni:

$$(1012312)_8 = (?)_7, \quad (0.3125)_6 = (?)_5, \quad (37, 17)_{10} = (?)_3$$

4. Calcolare la quantità

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

con $n = 10^6$, con cicli crescenti e decrescenti in k . Confrontare il risultato con il valore (approssimato a 20 cifre)

$$S_n = 14.392726722865723632$$

Interpretare il risultato del confronto.

5. Scrivere una funzione Matlab che fornisca il prodotto vettoriale di due vettori tridimensionali.
6. Sia $P = (P_1, P_2, \dots, P_n)$ una matrice $2 \times n$ che rappresenta n punti del piano. Scrivere una funzione Matlab che, dato P , effettui il grafico della poligonale chiusa di vertici P .
7. Utilizzando la funzione dell'esercizio precedente, scrivere uno script che effettui rotazioni e traslazioni della poligonale P e ne rappresenti il grafico.

Algebra lineare

1. Svolgere l'esercizio 2.1 del libro di testo, dove si tenga conto che il doppio prodotto misto di tre vettori $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^3$ è dato da $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c}$.
2. Svolgere l'esercizio 2.6 utilizzando l'istruzione `lu` del Matlab. Si confronti il risultato con quello ottenuto utilizzando il comando `det` del Matlab.
3. Esercizio 2.7

Interpolazione e approssimazione

1. Esercizio 3.1
2. Esercizio 3.4
3. Esercizio 3.9
4. Si scriva uno script MatLab che calcola le differenze divise di Newton. Si indichi con:

x = la matrice $1 \times n$ contenente gli $n + 1$ nodi di interpolazione
 y = la matrice $1 \times n$ contenete i valori della funzione da interpolare nei nodi
 d = la matrice $n \times n$ contenente i valori delle differenze divise organizzati per colonne, cioè la prima colonna contiene i valori della funzione, la seconda contiene le differenze divise prime, etc.

Si utilizzi la funzione $f(x) = \sin(2\pi x)$.

5. Si scriva una funzione MatLab che calcola il polinomio interpolatore di Lagrange con la formula di Newton e valuta il polinomio in punti assegnati. I parametri di ingresso della funzione sono:

x = il vettore contenente gli $n+1$ nodi di interpolazione;
 y = il vettore contenete i valori della funzione da interpolare nei nodi;
 z = il vettore dei valori in cui calcolare il polinomio interpolatore;

Si scriva quindi uno script MatLab che

- definisca il vettore contenente gli $n+1$ nodi di interpolazione;
- definisca il vettore contenete i valori della funzione da interpolare nei nodi;
- definisca il vettore z dei punti in cui calcolare il polinomio interpolatore;
- richiamai la funzione prima definita;
- grafichi la funzione assegnata, il polinomio interpolatore e i nodi di interpolazione.

Si utilizzi lo script precedente per trovare il polinomio interpolatore della funzione

$$f(x) = \sin(2x), \quad x \in [0, 1]$$

con diverse scelte di nodi.

Zeri di funzione

1. Esercizio n. 4.1
2. Esercizio n. 4.3 (si tenga presente che la convergenza lineare o quadratica dipende dalle derivate della funzione di iterazione $g(x)$ nello zero della funzione f).
3. Esercizio n. 4.4 (dopo aver verificato che $x_* = 2$ e $x_* = 4$ sono punti fissi, stabilire a quale converge la successione generata dalla funzione di iterazione)
4. Esercizio n. 4.5
5. Esercizio n. 4.15

Formule di quadratura

1. Esercizio n. 5.2
2. Esercizio n. 5.3
3. Esercizio n. 5.5
4. Esercizio n. 5.9