UNIVERSITA' DI CATANIA - FACOLTA' DI INGEGNERIA

Programma di Analisi Matematica II

Prof. Pietro Zamboni

1.SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI. Successioni di funzioni reali di variabile reale. Convergenza puntuale ed uniforme. Caratterizzazione dela convergenza uniforme mediante la successione dei sup. Criterio di convergenza puntuale ed uniforme di Cauchy. Teoremi dello scambio dei limiti, di continuita', di derivabilita'*, di passaggio al limite sotto il segno d'integrale. Serie di funzioni reali di variabile reale. Convergenza puntuale ed uniforme. Criterio di Cauchy. Convergenza assoluta e totale. Teorema di Weierstrass. Confronto fra i vari tipi di convergenza introdotti. Teoremi di continuitá, derivabilitá e di integrazione per serie. Serie di potenze. Raggio di convergenza. Teorema del raggio. Teorema di Cauchy-Hadamard. Teorema di Abel *. Proprietá della funzione somma di una serie di potenze. Serie di Taylor. Condizioni per la sviluppabilita' in serie di Taylor. Sviluppi notevoli. Serie di Fourier. Condizioni sufficienti per la convergenza delle serie di Fourier*.

2.FUNZIONI DI PIÚ VARIABILI. Spazi euclidei. Funzioni tra spazi euclidei. Operazioni tra funzioni. Funzione composta e funzione inversa. Limiti di funzioni tra spazi euclidei. Successioni di vettori. Teoremi che caratterizzano i limiti mediante le successioni e le restrizioni.

3.FUNZIONI CONTINUE. Funzioni continue. Funzioni continue e connesione. Teorema di esistenza degli zeri. Funzioni continue e compattezza. Teorema di Heine-Borel. Teorema di Weierstrass. Funzioni uniformemnte continue. Teorema di Cantor. Funzioni lipschitziane.

4.CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIÚ VARIABILI. Derivate direzionali e parziali per funzioni scalari. Funzioni differenziabili. Condizioni necessarie di differenziabilitá. Teorema del differenziale totale. Derivate e differenziale primo per funzioni vettoriali. Derivabilitá della funzione composta. Derivate e differenziali di ordine superiore. Teorema di Schwartz*. Formula di Taylor al primo e al secondo ordine. Teorema del gradiente nullo. Funzioni positivamente omogenee. Identita' di Eulero. Massimi e minimi relativi per funzioni di piú variabili. Teorema di Fermat. Richiami sulle forme quadratiche. Caratterizzazione del segno di una forma quadratica. Condizione necessaria del secondo ordine. Condizioni sufficienti del secondo ordine. Ricerca degli estremi assoluti.

5.FUNZIONI IMPLICITE. Funzioni definite implicitamente (per funzioni scalari di due variabili). Teorema di U.Dini (per funzioni scalari di due variabili).Funzioni definite implicitamente (per funzioni scalari di n+1 variabili). Teorema di U.Dini (per funzioni scalari di n+1 variabili)*.Funzioni definite implicitamente (caso vettoriale). Teorema di U.Dini (caso vettoriale)*.

6.EQUAZIONI DIFFERENZIALI. Equazioni differenziali ordinarie di ordine n. Sistemi di n equazioni differenziali ordinarie del primo ordine in n funzioni incognite. Equivalenza tra equazioni e sistemi. Problema di Cauchy. Definizione di soluzione. Teorema di esistenza e unicita' in piccolo e in grande per il problema di Cauchy*. Condizione sufficiente per la lipschitzianeitá. Sistemi lineari. Globalitá della soluzione di un sistema lineare. Struttura dell'insieme delle soluzioni. Matrice wronskiana. Metodo di Lagrange. Sistemi lineari a coefficienti costanti: costruzione di una base dello spazio delle soluzioni nel caso di autovalori semplici. Equazioni differenziali lineari di ordine superiore. Equazione di Eulero. Risoluzione di alcuni tipi particolari di equazioni differenziali non lineari: equazioni a variabili separabili;equazioni omogenee; equazioni lineari del primo ordine; equazioni di Bernoulli.

7.MISURA E INTEGRAZIONE. Cenni sulla teoria della misura secondo Lebesgue in $\mathbb{R}^n$. Misura elementare degli intervalli e dei plurintervalli. Misura degli aperti limitati e dei compatti. Nozione di misurabilita' per insiemi limitati e non limitati. Proprieta' della misura: numerabile additivita'*, monotonia, continuita' verso l'alto*, verso il basso*, sottrattivita'. Completezza della misura. Funzioni misurabili. Cenni sulla teoria dell'integrazione secondo Lebesgue in $\mathbb{R}^n$. Integrazione delle funzioni limitate negli insiemi misurabili di misura finita. Teorema della media. Integrazione di arbitrarie funzioni misurabili definite in insiemi misurabili. Significato geometrico dell'integrale. Criteri di sommabilitá. Passaggio al limite sotto il segno di integrale. Teoremi di B.Levi*, e di Lebesgue*. Integrazione per serie. Teorema di invadenza. Teorema di derivazione sotto il segno di integrale*. Teoremi di Fubini* e di Tonelli*. Formule di riduzione per gli integrali doppi e tripli. Cambiamenti di variabili negli integrali*. Omotetia in $\mathbb{R}^n$. Coordinate polari nel piano. Coordinate sferiche e cilindriche nello spazio.

8.CURVE. Curve in $\mathbb{R}^n$. Curve semplici, chiuse, piane, di Jordan. Curva unione. Curve regolari e generalmente regolari. Cambi di parametrizzazione. Curve rettificabili. Rettificabilitá delle curve regolari*. Ascissa curvilinea. Integrali curvilinei.

9.FORME DIFFERENZIALI. Definizione di Forma differenziale lineare. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Forme differenziali esatte. Primo criterio di integrabilita'. Circuitazione di una forma differenziale. Forme differenziali chiuse. Insiemi aperti stellati. Teorema di Poicarè *. Insiemi semplicemente connessi. Criterio di integrabilitá in insiemi semplicemente connessi *. Domini regolari. Formule di Gauss Green *. Equazioni differenziali esatte.

Degli argomenti contrassegnati da * non si richiedono le dimostrazioni.

Testi consigliati:

G. DI FAZIO - P. ZAMBONI, Analisi Matematica due, Monduzzi Editore.