

Temi di Fisica Matematica

Tema 1

Equazioni di bilancio della meccanica dei continui.

Tema 2

Concetto di equilibrio e stabilità per i sistemi dinamici in meccanica classica.

Tema 3.

Proprietà del problema dei due corpi con interazioni gravitazionali in meccanica classica.

Esercizi di Fisica Matematica

Esercizio 1

Su un piano verticale è dato un sistema di assi cartesiani xy . Sia data una corona circolare C , di raggio esterno $3R$, raggio interno $2R$ e di massa m , il cui punto P del bordo esterno è fissato in un punto del piano verticale. Sul bordo interno della corona, un disco D di massa m e raggio R rotola senza strisciare. Si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio e studiarne la stabilità;
2. scrivere le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi;
3. studiare i piccoli moti attorno alle posizioni di equilibrio;

Esercizio 2

Nel sistema di riferimento $Oxyz$, ruotante con velocità angolare costante ω attorno all'asse \hat{z} , è dato un disco omogeneo di raggio r e massa m , vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse \hat{z} . Supponendo che il centro del disco sia collegato ad O mediante una molla di costante elastica k , che sia presente la forza di gravità diretta come $-\hat{z}$, e che sul generico punto P del disco agisca una forza di tipo viscoso $F_P = -h\mathbf{u}_P$, dove \mathbf{u}_P è la componente della velocità di P perpendicolare al disco, ed $h > 0$ è una costante, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio;
2. scrivere le equazioni di moto e la legge di variazione dell'energia;
3. studiare i piccoli moti attorno alle posizioni di equilibrio.

Esercizio 3

In un sistema di riferimento $(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ sia dato il cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 1$. Su tale cilindro scorre una particella materiale di massa m e carica q . Si supponga presente la forza peso diretta come $-\hat{z}$ e che il punto P sia collegato mediante una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla ad O . Supponendo che in O sia fissata una particella di carica q , si chiede di:

1. dare una trattazione lagrangiana del problema discutendo qualitativamente le caratteristiche del moto;
2. dare una trattazione hamiltoniana del problema scrivendo l'equazione di Hamilton-Jacobi, trovandone l'integrale completo, e portando alle quadrature il problema dell'integrazione delle equazioni di moto.