

Temi Dottorato di Ricerca in Matematica per la Tecnologia - XVIII ciclo

Compiti di Analisi Numerica

Tema 1

Il candidato tratti il problema dell'interpolazione polinomiale, illustrando le diverse forme del polinomio di interpolazione e discutendo questioni legate all'errore dell'interpolazione ed alla efficienza del calcolo del suddetto polinomio.

Tema 2

Il candidato illustri i principali metodi iterativi per l'approssimazione numerica degli zeri di funzione, discutendo, per ciascun metodo, le caratteristiche di robustezza e accuratezza (ordine di convergenza), ed i criteri di arresto.

Tema 3

Il candidato illustri i metodi diretti per la soluzione di sistemi lineari e mostri, in particolare, che il metodo di Gauss *naive* è equivalente alla fattorizzazione LU di una matrice ed alla successiva soluzione di un sistema triangolare. Si discutano le tecniche di pivoting.

Esercizi

Esercizio 1

Sia dato il sistema lineare

$$Ax = b$$

con

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Facendo uso del numero di condizionamento, stimare l'errore relativo sul risultato dovuto ad una variazione del dato

$$\Delta b = \begin{pmatrix} 0.01 \\ -0.01 \end{pmatrix}.$$

Calcolare la perturbazione nella soluzione e confrontarla con la stima.

Esercizio 2

Sia $f \in C^3([0, 1])$ una funzione di cui si conoscono i seguenti valori:

x_i	$f(x_i)$
0.0	2.0
0.5	1.0
1.0	3.0

e sia $0 < f'''(x) < 3, \forall x \in [0, 1]$.

Si dimostri che $f(x) < 4, \forall x \in [0, 1]$.

Esercizio 3

Sia $f(x) = x \exp(-x)$. Dare una stima per eccesso ed una per difetto di

$$\int_0^1 f(x) dx$$

utilizzando le formule composite dei trapezi e del punto di mezzo con un errore assoluto minore di 0.05. Confrontare il risultato ottenuto con il valore esatto dell'integrale.