

Compito del 1/7/1994

1. Dire per quali valori del parametro reale a il seguente sistema ha una unica soluzione, e si può risolvere con il metodo di Gauss *naive*, e determinarne la soluzione:

$$\begin{array}{rclcrcl} ax & + & 2ay & + & 3z & = & a \\ & & ay & & & = & -1 \\ x & + & 2y & - & z & = & 0 \end{array}$$

2. Localizzare lo zero della funzione

$$f(x) = e^{-x} - x$$

e discutere l'applicazione del metodo di Newton per l'approssimazione di tale zero.

3. Si dimostri che la seguente formula di quadratura

$$I_2(f) = \frac{1}{4}f(0) + \frac{3}{4}f\left(\frac{2}{3}\right)$$

per l'approssimazione di

$$\int_0^1 f(x) dx$$

ha ordine polinomiale esattamente uguale a 2.

4. Sia $f \in C^3([0, 1])$ una funzione di cui si conoscono i seguenti valori:

x_i	$f(x_i)$
0.0	2.0
0.5	1.0
1.0	3.0

e sia $0 < f'''(x) < 3, \forall x \in [0, 1]$.

Si dimostri che $f(x) < 4, \forall x \in [0, 1]$.