

# Calcolo numerico

## Compito del 18/02/2004

1. Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 96 & 24 & 24 \\ 24 & 86 & 46 \\ 24 & 46 & 90 \end{pmatrix}$$

Determinare la fattorizzazione  $LU$  della matrice  $A$ .

[9 punti]

2. Localizzare lo zero della funzione

$$f(x) = e^{-x} - x$$

e discutere l'applicazione del metodo di Newton per l'approssimazione di tale zero. Trovare una approssimazione dello zero con tre cifre significative.

[9 punti]

3. Si dimostri che per ogni terna di reali  $(y_1, y_2, y_3)$  esiste ed è unico il polinomio  $p \in \Pi_2$  tale che  $p(0) = y_1$ ,  $p(1) = y_2$ ,  $\int_0^1 p(x) dx = y_3$ .

[6 punti]

4. Sia  $f \in C^3([0, 1])$  una funzione di cui si conoscono i seguenti valori:

$x_i$	$f(x_i)$
0.0	2.0
0.5	1.0
1.0	3.0

e sia  $0 < f'''(x) < 3$ ,  $\forall x \in [0, 1]$ .

Si dimostri che  $f(x) < 4$ ,  $\forall x \in [0, 1]$ .

[Suggerimento: sfruttare la formula dell'errore relativa all'interpolazione di Lagrange]

[9 punti]