

Compito del 03/12/2012

1. Risolvere con una fattorizzazione LU il sistema lineare $Ax = b$

$$\begin{aligned}x_1 + 4x_2 &= 2, \\10x_1 + 20x_2 &= 5;\end{aligned}$$

e calcolare il numero di condizionamento nella norma $\|\cdot\|_\infty$. Maggiorare l'errore relativo sulla soluzione del sistema, supponendo un errore sul termine noto $\|\delta b\|_\infty \leq 10^{-5} \|\cdot\|_\infty$. [7 punti]

2. Si scriva il polinomio $p(x)$ di interpolazione per la funzione $f(x) = \log_2 x$ nei nodi $x_0 = 1/2$, $x_1 = 1$ e $x_2 = 2$. Si scriva inoltre la formula del resto, dandone una maggiorazione M per $x \in [x_0, x_2]$. [8 punti]
3. Si verifichi che l'equazione $x - e^{-x} = 0$ ammette una ed una sola radice nell'intervallo $[0, 1]$ e se ne calcoli un'approssimazione applicando il metodo di Newton con un errore $|x_{n+1} - x_n|$ minore 10^{-2} , utilizzando per i calcoli almeno quattro cifre significative. [7 punti]
4. Utilizzando la formula dei trapezi composta, in quanti intervallini di uguale ampiezza bisogna suddividere l'intervallo $[0, 1]$ per approssimare l'integrale

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx,$$

con un errore assoluto in modulo minore di 10^{-4} ? [8 punti]