

Università di Catania
Corso di laurea in **Matematica**

Prima prova in itinere di Geometria I assegnata il 10/02/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.
-

I

In \mathbb{R}^4 siano dati i sottospazi $U_h = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid -x + z + ht = (2-h)x + (h-3)y + z + 3t = 0\}$ con $h \in \mathbb{R}$ e $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid y-t = 0\}$.

1. Calcolare $\dim U_h$ e trovare una sua base al variare di $h \in \mathbb{R}$
2. Calcolare $\dim V$ e trovare una sua base
3. Calcolare $U_h \cap V$, $U_h + V$ al variare di $h \in \mathbb{R}$ e trovarne una base. Esistono valori di $h \in \mathbb{R}$ tali che $U_h + V = U_h \oplus V$?

II

In \mathbb{R}^3 siano dati i seguenti vettori $v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (0, -1, 1)$, $v_3 = (1, 0, 2)$. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$f(v_2) = (4, h + 2, -2 - h) \quad (1)$$

$$f(v_3) = (3h + 8, 2, 0) \quad (2)$$

e v_1 sia autovettore associato all'autovalore h con h parametro reale.

1. Trovare $M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$ la matrice di f associata alla base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^3 . Studiare f al variare del parametro h trovando una base per $Im f$ e $Ker f$. Trovarne le equazioni cartesiane.
2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di f .
3. Trovare $f^{-1}(1, 1, 0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.