

Università di Catania
Corso di laurea in **Matematica**

Prova scritta di **Geometria I** assegnata il 10/02/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.
-

I

- 1) Studiare il fascio di coniche $x^2 + hy^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Trovare punti base e coniche spezzate. Sia \mathcal{I} l'iperbole equilatera del fascio: trovare una sua forma canonica.
- 2) Scrivere l'equazione del cilindro di vertice $V(1, 0, 1, 0)$ e direttrice l'iperbole equilatera del fascio \mathcal{I} .
- 3) Nello spazio, trovare l'equazione della sfera tangente in $O(0, 0, 0)$ alla sfera $S : x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z = 0$ e passante per $P(-1, -1, -1)$. Trovare il raggio della circonferenza intersezione di S con il piano $\pi : x + y - z = 0$

II

In \mathbb{R}^3 siano dati i seguenti vettori $v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (0, -1, 1)$, $v_3 = (1, 0, 2)$. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$f(v_2) = (4, h + 2, -2 - h) \quad (1)$$

$$f(v_3) = (3h + 8, 2, 0) \quad (2)$$

e v_1 sia autovettore associato all'autovalore h con h parametro reale.

1. Trovare $M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$ la matrice di f associata alla base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^3 . Studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$. Trovarne le equazioni cartesiane e dire per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ risulta $kerf + Imf = kerf \oplus Imf$.
2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di f .
3. Trovare $f^{-1}(1, 1, 0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.