

UNIVERSITÀ DI CATANIA
Corso di Laurea in Matematica
Geometria I
Modulo di 96 ore, CFU 12
ANNO ACCADEMICO 2015-2016
Docente: **Prof. Elena Guardo**

Algebra lineare

I) – Operazioni su un insieme. Strutture algebriche: gruppi, anelli, campi. Anello degli interi relativi. Anello dei polinomi a coefficienti in un campo. Cenni sui numeri complessi.

II) – Matrici ad elementi in un campo. Somma tra matrici. Gruppo abeliano delle matrici. Prodotto di uno scalare per una matrice. Prodotto tra matrici. Proprietà delle operazioni tra matrici. Anello delle matrici quadrate. Matrici triangolari, diagonali e scalari. Matrici trasposte. Matrici simmetriche ed antisimmetriche.

III) – Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi: \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}^{m,n}$, $\mathbb{K}[X]$. Sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta. Generatori di uno spazio. Spazi vettoriali finitamente generati. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz*. Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann*. Dimensione di una somma diretta*.

IV) – Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà *. Teorema di Binet*. Primo e secondo teorema di Laplace*. Matrici invertibili. Matrice aggiunta. Calcolo dell'inversa di una matrice. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Rango delle matrici ridotte. Teorema di Kronecker*. Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouché-Capelli. Teorema di Cramer. Sistemi omogenei. Risoluzione dei sistemi lineari.

V) – Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà. Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi. Teorema delle dimensioni del Nucleo e dell'Immagine. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base. Matrici simili.

VI) – Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi diagonalizzabili e diagonalizzazione delle matrici.

VII) – Spazi con prodotto scalare (reale e complesso). Basi ortogonali, Insiemi e basi ortogonali in uno spazio euclideo. Basi ortonormali. Ortogonalizzazione (Gram-Schmidt). Sottospazi di uno spazio euclideo e loro complemento ortogonale. Matrici ortogonali. Teorema spettrale per matrici reali simmetriche (enunciato).

Geometria

I) I vettori geometrici dello spazio ordinario. Somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare e vettoriale. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti.

II) Sistemi di coordinate nel piano e nello spazio. Coordinate omogenee e punti impropri. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione tra rette. Ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Fasci di piani. Distanza di un punto da un piano dello spazio e di un punto da una retta (sia nel piano che nello spazio).

III) Coniche e matrici ad esse associate. Riduzione di una conica a forma canonica. Ellissi, Iperboli, Parabole, Iperboli equilateri e Circonferenze. Fuochi, direttrici, eccentricità, centro ed assi di simmetria. Rette tangenti. Punti impropri di una conica. Polarità. Centro di una conica. Costruzione di fasci di coniche a partire dai punti base. Studio di un fascio di coniche.

IV) Le quadriche e matrici ad esse associate. Vertici delle quadriche. Ricerca dei vertici. Coni e cilindri e loro costruzione. Classificazione quadriche degeneri e non degeneri. Conica all'infinito. Studio di un fascio di quadriche. Centro e piani di simmetria di una quadrica. Rette e piani tangenti. Sezioni quadriche con piani tangenti. Punti iperbolici, ellettici e parabolici. Equazioni canoniche. Sistemi di

rette sulle quadriche. Polarità. Centro di una quadrica. Cono o cilindro circoscritto ad una quadrica. Sfere. Cenni di superfici nello spazio: superfici coniche e cilindriche. Proiezioni di curve. Superfici di rotazione. Sezioni circolari di una quadrica.

Le dimostrazioni dei teoremi contrassegnati con * si possono omettere.

Testi adottati

S. Giuffrida, A.Ragusa, *Corso di Algebra Lineare*, Ed. Il Cigno G.Galilei, Roma 1998 (per la parte di Algebra Lineare).

G. Paxia, *Lezioni di Geometria*, Spazio Libri, Catania, 2005

e-mail: guardo@dmf.unict.it

Sito web: <http://www.dmf.unict.it/~guardo>