

Università di Catania
Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 23/11/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.

I

- a) Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale O, \vec{x}, \vec{y} . Determina e studia il fascio di coniche tangenti alla retta $x + y + 1 = 0$ nel punto $P = (-1, 0)$ e passanti per i punti $A = (0, 0)$ e $B = (0, 1)$. Ci sono circonferenze nel fascio? Trovare la forma canonica ed il centro dell'iperbole equilatera del fascio.
- b) Nello spazio, studiare il fascio di quadriche

$$x^2 + 3ky^2 + 4kyz + 4x - z - y + 2 = 0, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- c) Nello spazio siano dati la retta

$$r : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

ed il punto $P = (2, 1, 0)$.

Calcolare il punto P' simmetrico di P rispetto alla retta r .

II

In \mathbb{R}^3 siano dati i vettori $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1)$, $v_3 = (0, 1, -2)$.
Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h + 1, -h, 3) \\ f(v_2) &= (h + 1, 0, 3 - h) \\ f(v_3) &= (0, -1 - h, 2h - 1) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

- a) Sia $M := M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$ la matrice di f associata alla base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^3 . Studiare M al variare del parametro h trovando una base e le equazioni cartesiane di $Im f$ e $Ker f$.
- b) Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui f è semplice, determina una base di autovettori.
- c) Determinare $f^{-1}(1, 0, 0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.