

Università di Catania
Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 29/06/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.

I

- a) Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale O, \vec{x}, \vec{y} . Determina e studia la conica tangente alla retta $x + y - 2 = 0$ nel punto $A = (1, 1)$ e passante per i punti $B = (-1, 0)$, $C = (2, -1)$ e $O = (0, 0)$.
- b) Nello spazio, studiare il fascio di quadriche $x^2 + y^2 - 1 + hz(z - 2) = 0$.
- c) Data la retta $r : \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 3y - z - 1 = 0 \end{cases}$ e il punto $P = (0, 2, 1)$, calcolare il punto Q simmetrico di P rispetto alla retta r .

II

In \mathbb{R}^3 siano dati i vettori $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (0, 2, 0)$, $v_3 = (2, 1, 0)$.
Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h + 5, h + 1, h - 2) \\ f(v_2) &= (2, 2h + 2, 2h) \\ f(v_3) &= (3, h + 1, h) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

- a) Sia $M := M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$ la matrice di f associata alla base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^3 . Studiare M al variare del parametro h trovando una base e le equazioni cartesiane di $Im f$ e $Ker f$.
- b) Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice, trovare una base di autovettori di f .
- c) Trovare $f^{-1}(3, 2, 0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.