

Università di Catania
Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**
Prova scritta di **Geometria I** assegnata il 07/09/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.

I

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(e_1) &= (1, 0, 0) \\ f(e_2) &= (h, 1, 1 + h) \\ f(e_3) &= (1, 3h, 2h). \end{aligned}$$

Sia $M := M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$ la matrice di f associata alla base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^3 . Studiare M al variare del parametro h trovando una base e le equazioni cartesiane di Imf e $Kerf$.

Dire per quali valori di h l'endomorfismo f è semplice.

Sia $h = 1$. Dire se f è semplice e, in caso affermativo, trovare la matrice diagonalizzante P .

II

Studiare il fascio di coniche al variare del parametro reale k

$$x^2 + (4 + k)xy - (1 + k)y^2 - 2x - ky + 1 = 0.$$

In particolare,

1. trovare punti base e coniche spezzate
2. determinare la forma canonica della conica del fascio passante per il punto $C = (2, -1)$
3. dire se ci sono iperboli equilateri e in tal caso trovare una forma canonica

III

Studia il fascio di quadriche

$$(2k - 2)x^2 + 2kxy + 2x + ky^2 - 2z^2 + 1 = 0,$$

al variare del parametro reale k .