

Università di Catania  
Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**  
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 05/10/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.

I

- a) Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O, \vec{x}, \vec{y}$ . Determina e studia il fascio di coniche tangenti alla retta  $x - 2y = 0$  nel punto  $O = (0, 0)$  e tangenti alla retta  $x + 2y - 1 = 0$  nel punto  $A = (1, 0)$ . Ci sono circonferenze nel fascio? Trovare la forma canonica ed il centro dell'iperbole equilatera del fascio.
- b) Nello spazio, studiare il fascio di quadriche

$$x^2 + 2y^2 - 2xy + kz^2 + 2z - 2 = 0, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- c) Nello spazio siano dati la retta

$$r : \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$$

il piano  $\pi : 2x + y - z = 0$  ed il punto  $P = (1, 1, 1)$ .

Scrivere le equazioni cartesiane della retta  $s$  passante per  $P$ , ortogonale ad  $r$  e parallela a  $\pi$ .

II

In  $\mathbb{R}^3$  siano dati i vettori  $v_1 = (2, 1, 0), v_2 = (1, 1, 1), v_3 = (0, 1, -1)$ .  
Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (3h - 1, h - 1, 2) \\ f(v_2) &= (2h - 1, 2h - 1, 2 - h) \\ f(v_3) &= (h - 1, -1, h + 2) \end{aligned}$$

con  $h$  parametro reale.

- a) Sia  $M := M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$  la matrice di  $f$  associata alla base canonica  $\mathcal{E}$  di  $\mathbb{R}^3$ . Studiare  $M$  al variare del parametro  $h$  trovando una base e le equazioni cartesiane di  $Im f$  e  $Ker f$ .
- b) Dire per quali valori di  $h$   $f$  è semplice.  
Sia  $h = 0$ . Trovare, se esiste, una base di autovettori di  $f$ .
- c) Trovare  $f^{-1}(1, 0, 0)$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ .