

Università di Catania  
Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**  
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 10/02/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.
- 

I

- 1) Studiare il fascio di coniche  $x^2 + hy^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ . Trovare punti base e coniche spezzate. Sia  $\mathcal{I}$  l'iperbole equilatera del fascio: trovare una sua forma canonica.
- 2) Scrivere l'equazione del cilindro di vertice  $V(1, 0, 1, 0)$  e direttrice l'iperbole equilatera del fascio  $\mathcal{I}$ .
- 3) Nello spazio, sono dati i punti  $P(3, 0, 1)$  e  $Q(1, 0, 2)$ . Nel fascio di piani avente come asse la retta  $\overline{PQ}$  determinare il piano  $\alpha$  parallelo alla retta  $x = y + z = 0$

II

In  $\mathbb{R}^3$  siano dati i seguenti vettori  $v_1 = (1, 0, 0)$ ,  $v_2 = (1, 0, -2)$ ,  $v_3 = (-1, 1, 0)$ . Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da

$$f(v_1) = (h, 0, 0) \tag{1}$$

$$f(v_2) = (-h - 4, 2, 0) \tag{2}$$

$$f(v_3) = (-2h - 4, -2, 1) \tag{3}$$

con  $h$  parametro reale.

1. Trovare  $M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$  la matrice di  $f$  associata alla base canonica  $\mathcal{E}$  di  $\mathbb{R}^3$ . Studiare  $f$  al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Imf$  e  $Kerf$ . Trovarne le equazioni cartesiane.
2. Studiare la semplicità di  $f$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ . Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di  $f$ .
3. Trovare  $f^{-1}(2, 1, 0)$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ .