

Università di Catania
Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 20/07/2016

- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.

I

- a) Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale O, \vec{x}, \vec{y} . Studiare, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$ il fascio di coniche

$$x^2 + 4xy - 2x + h(y^2 - 2xy + 2x) = 0.$$

- b) Nello spazio, determinare la sfera contenente la circonferenza

$$\gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{e tangente alla retta } r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

- c) Data la retta $r : \begin{cases} x - y = 1 \\ 2y - z + 1 = 0 \end{cases}$ e il punto $P = (0, 1, 1)$, calcolare il punto Q simmetrico di P rispetto alla retta r .

II

In \mathbb{R}^3 siano dati i vettori $v_1 = (1, 1, 1), v_2 = (0, 1, 0), v_3 = (2, 1, 0)$.
Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h, 2h + 1, h - 3) \\ f(v_2) &= (0, h + 1, -1) \\ f(v_3) &= (2h, 1 + h, 2h - 5) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

- a) Sia $M := M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$ la matrice di f associata alla base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^3 . Studiare M al variare del parametro h trovando una base e le equazioni cartesiane di $Im f$ e $Ker f$.
- b) Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice, trovare una base di autovettori di f .
- c) Trovare $f^{-1}(k + 1, k, 1)$ al variare di $h, k \in \mathbb{R}$.