

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 03/09/2015

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.
- **Minimo numero di quesiti da svolgere=3 di cui 2 di algebra ed uno di geometria o viceversa.**

I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ tangenti nell'origine alla retta $y = 0$ in $O = (0, 0)$ ed alla retta $x + y - 2 = 0$ in $A = (0, 2)$.
- 2) Studiare il seguente fascio di quadriche:

$$\Psi : x^2 - y^2 + hz^2 - xy + (2h - 2)yz - 2y = 0$$

con h parametro reale.

- 3) Nello spazio, sono assegnate le rette di equazioni $r) \begin{cases} x + y - 3z = 2 \\ y + z = 1 \end{cases}$
ed $s) \begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ -x + y + z = 1. \end{cases}$ Verificare che le seguenti rette sono sghembe e trovare il piano passante per l'origine e parallelo ad entrambe le rette r ed s

II

In \mathbb{R}^3 , siano i vettori v_1, v_2 e v_3 dove $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (0, -1, 1)$ e $v_3 = (1, 2, 0)$.

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h + 1, -2, h - 3) \\ f(v_2) &= (1 - h, -h - 2, h - 4) \\ f(v_3) &= (3h, 2h, 2) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

- (a) Scrivere la matrice $\mathcal{M}^{\mathcal{E}}(f)$ dove \mathcal{E} è la base canonica di \mathbb{R}^3 . Al variare del parametro h trovare una base per Imf e $Kerf$.
- (b) Verificare che l'endomorfismo f è semplice per ogni valore di $h \in \mathbb{R}$.
- (c) Sia $h = 1$. Trovare una base di autovettori di f .