

UNIVERSITA' di CATANIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 3/02/2015

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

1) Studiare il fascio di coniche

$$\phi : (h + 1)x^2 - xy - 2hx + hy^2 + 2y = 0$$

trovando punti base e coniche spezzate. Sia \mathcal{I} l'iperbole equilatera del fascio ϕ . Trovare il centro di \mathcal{I} . Sia \mathcal{C} la circonferenza del fascio. Trovare centro e raggio di \mathcal{C} .

2) Nello spazio, siano date le rette di equazione $r \begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases}$

ed $s \begin{cases} y + 1 = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$. Scrivere la retta t che incide ortogonalmente entrambe le rette r ed s

3) Scrivere l'equazione del cono di vertice $V = (1, 0, 1)$ e direttrice \mathcal{I}

II

In \mathbb{R}^4 , sia dato il seguente spazio vettoriale $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$ dove v_1, v_2 e v_3 sono i vettori $v_1 = (1, 1, 0, 0)$, $v_2 = (0, -1, 1, 0)$ e $v_3 = (0, 1, 0, 1)$.

Sia $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$f(v_2) = (h, 2h + 1, 2 - h, 3)$$

$$f(v_3) = (h + 4, 3, h + 1, 0)$$

e v_1 è un autovettore associato all'autovalore $h + 1$ con h parametro reale.

1. Sia $\mathcal{B} = [v_1, v_2, v_3]$ una base di V . Studiare $M^{\mathcal{B}}(f)$ al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Dire per quali valori di h l'endomorfismo f è semplice, in tal caso, trovare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(0, 0, 2, 2)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$