

Università di Catania  
Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**  
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 29/09/2015

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Studiare il seguente fascio di coniche

$$(h + 1)x^2 + (h - 3)y^2 + 2y + 1 - h = 0$$

trovando punti base e coniche spezzate. Sia  $\mathcal{C}$  l'iperbole equilatera del fascio. Trovare una sua forma canonica.

- 2) Nello spazio, siano date le rette di equazione  $r \begin{cases} x - z = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$   
ed  $s \begin{cases} x - y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$ . Provare che  $r$  ed  $s$  sono sghembe. Scrivere l'equazione della retta che incide ortogonalmente entrambe le rette  $r$  ed  $s$ .

- 3) Nel piano  $z = 0$ , sia  $\mathcal{C}$  la circonferenza di centro l'origine e raggio 1. Scrivere l'equazione del cilindro di vertice  $(1, -1, 1, 0)$

II

Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da

$$f(x, y, z) = ((h - 1)x, y + hz, x + hy + z) \tag{1}$$

con  $h$  parametro reale.

1. Sia  $M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$  la matrice di  $f$  associata alla base canonica  $\mathcal{E}$  di  $\mathbb{R}^3$ . Studiare  $f$  al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Imf$  e  $Kerf$ . Trovarne le equazioni cartesiane.
2. Studiare la semplicità di  $f$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ . Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di  $f$ .
3. Trovare  $f^{-1}(1, 0, 1)$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ .