

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**  
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 26/06/2015

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.
- **Minimo numero di quesiti da svolgere=3 di cui 2 di algebra ed uno di geometria o viceversa.**

I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano  $z = 0$  di equazione

$$kx^2 + 2y^2 - 2kxy - x + y - 1 = 0$$

con  $k$  parametro reale. In particolare, trovare i punti base e le coniche spezzate.

- 2) Determinare il cilindro  $\mathcal{C}$  di vertice  $(1, 0, 1, 0)$  e direttrice l'iperbole equilatera del fascio.

- 3) Nello spazio, siano date le rette di equazione  $r \begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$  ed  $s \begin{cases} 2x - y - 2z = 0 \\ 5x - 3 = 0 \end{cases}$ . Provare che  $r$  ed  $s$  sono sghembe. Scrivere l'equazione della retta  $t$  perpendicolare ad entrambe le rette  $r$  ed  $s$ .

II

In  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i vettori  $v_1 = (2, 1, 0)$ ,  $v_2 = (0, 1, 2)$  e  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (3h + 1, -1, h) \\ f(v_2) &= (3h - 5, -1, h + 2) \\ f(v_3) &= (h + 4, -1, h - 1) \end{aligned}$$

con  $h$  parametro reale.

1. Sia  $\mathcal{E}$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$ . Studiare  $M^{\mathcal{E}}(f)$  al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Imf$  e  $Kerf$ .
2. Dire per quali valori di  $h$  l'endomorfismo  $f$  è semplice ed, in tali casi, trovare una base di autovettori.
3. Trovare  $f^{-1}(1, 0, 1)$