

Università di Catania
Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 26/02/2015

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Studiare il seguente fascio di coniche

$$hx^2 - hy^2 + xy + x = 0$$

trovando punti base e coniche spezzate. Sia \mathcal{I} la conica del fascio passante per il punto $(-1, 0)$. Dire di che conica si tratta e trovare una sua forma canonica.

- 2) Nello spazio, siano date le rette di equazione $r \begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ 4y + 5z = 0 \end{cases}$ ed $s \begin{cases} 2x - y - 2z = 0 \\ 5x - 3 = 0 \end{cases}$. Provare che r ed s sono complanari. Scrivere l'equazione del piano che contiene entrambe le rette r ed s .

- 3) Studiare il fascio di quadriche

$$x^2 + (h + 1)y^2 + z^2 + h - 2xz + 2x + yz = 0$$

al variare di h parametro reale.

II

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$f(x, y, z) = ((1 + h)x + z, x + hy - z, (1 - h)x + z) \quad (1)$$

con h parametro reale.

1. Sia $M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$ la matrice di f associata alla base canonica \mathcal{E} di \mathbb{R}^3 . Studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$. Trovarne le equazioni cartesiane.
2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di f .
3. Trovare $f^{-1}(1, -1, 1)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.