

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**  
Prova scritta di **Geometria** assegnata il 17/07/2015

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.
- **Minimo numero di quesiti da svolgere=3 di cui 2 di algebra ed uno di geometria o viceversa.**

I

- 1) Scrivere e studiare il fascio di coniche passanti per  $(1, -1)$ , per  $(0, 0)$  e tangenti alla retta  $x + y - 2 = 0$  nel punto  $(2, 0)$ ;
- 2) Sia  $\mathcal{I}$  l'iperbole equilatera del fascio. Trovare una sua forma canonica.
- 3) Nello spazio, siano dati la retta di equazione  $r \begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$  ed il piano  $\pi : 5x - y + 3 = 0$  Scrivere la retta passante per  $P = (1, 0, -1)$ , perpendicolare ad  $r$  e parallela a  $\pi$

II

In  $\mathbb{R}^4$ , sia dato il seguente spazio vettoriale  $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$  dove  $v_1, v_2$  e  $v_3$  sono i vettori  $v_1 = (1, 0, 1, 0)$ ,  $v_2 = (0, 2, 1, 1)$  e  $v_3 = (1, -1, 0, 0)$ .  
Sia  $f : V \rightarrow V$  l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_2) &= (0, h + 1, h, 1) \\ f(v_3) &= (1, -h, 1 - h, 0) \end{aligned}$$

e  $v_1$  autovettore associato all'autovalore  $h$  con  $h$  parametro reale.

1. Studiare  $f$  al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Imf$  e  $Kerf$ .
2. Dire per quali valori di  $h$  l'endomorfismo  $f$  è semplice e trovare una base di autovettori quando  $f$  è semplice.
3. Sia  $v = (-1, 1, 0, 0)$ . Trovare  $f^{-1}(v)$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$