Universitá di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 03/02/2014

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

1) Nello spazio siano dati il piano $\pi : x + y - z + 1 = 0$ ed il punto $P = (1, 0, 1)$. Trovare il simmetrico di P rispetto al piano π.

2) Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ di equazione

$$x^2 + (h - 1)y^2 - hx - 1 = 0$$

3) Sia $\wp$ la parabola del fascio. Scrivere il cono di vertice $(1, 0, 1)$ e direttrice $\wp$

III

Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(e_1) &= (h, 1, 1 + 2h) \\ f(e_2) &= (0, h + 1, 0) \\ f(e_3) &= (2h, 2, h - 1)) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Studiare $\mathcal{M}^{\mathcal{E}}(f)$ con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$ al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.

2. Studiare la semplicità di f, e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.

3. Trovare $f^{-1}(1, -1, 2)$ al variare del parametro reale h