

UNIVERSITA' di CATANIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 04/10/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Scrivere e studiare il fascio di coniche tangente nell'origine alla retta $x - y = 0$ e passante per i punti $(2, 0)$ e $(0, -1)$.
- 2) Nello spazio, scrivere l'equazione del piano parallelo alla retta di equazione
$$\begin{cases} -x + y + 3z = 0 \\ x + y + 5 = 0 \end{cases}$$
 e passante per il punto $P(1, 1, -3)$.
- 3) Studiare il seguente fascio di quadriche

$$(a - 1)x^2 + 2(a - 1)xz - y^2 + 2ayz + 2y - 1 = 0$$

II

In \mathbb{R}^4 , sia dato il seguente spazio vettoriale $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$ dove v_1, v_2 e v_3 sono i vettori $v_1 = (1, 0, -1, 0)$, $v_2 = (0, -, 1, 1, 0)$ e $v_3 = (0, 0, 0, 1)$.

Sia $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (1, -4, 3, 1) \\ f(v_2) &= (0, -h, h, 0) \\ f(v_3) &= (h + 2, -2, -h, -h) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Dire per quali valori di h l'endomorfismo f è semplice, in tal caso, trovare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(1, -1, 0, 0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.