

## Universit di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 31/01/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

### I

- 1) Nello spazio siano dati il piano  $\pi : x + y = 0$  ed il punto  $P = (1, 0, 0)$ .  
Trovare il simmetrico di  $P$  rispetto al piano  $\pi$ .
- 2) Studiare il fascio di coniche del piano  $z = 0$  di equazione

$$x^2 - 2xy + 2x + y^2 - 2hy + 2h = 0$$

- 3) Scrivere e studiare il seguente fascio di quadriche contenente la conica  $z = 0, x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 2xy - y + \frac{1}{2} = 0$  e tangente nel punto  $(0, 1 - 1)$  al piano di equazione  $y + z = 0$

### III

In  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i vettori  $v_1 = (1, 1, 0)$ ,  $v_2 = (1, -1, 1)$  e  $v_3 = (0, 1, 1)$ .  
Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da

$$f(v_1) = (h + 1, h + 1, -1)$$

$$f(v_2) = (3h - 5, 0, 1)$$

$$f(v_3) = (2h - 6, 1 - h, 2)$$

con  $h$  parametro reale.

1. Studiare  $\mathcal{M}^{\mathcal{E}}(f)$  con  $\mathcal{E}$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$  al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Imf$  e  $Kerf$ .
2. Studiare la semplicità di  $f$ , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare  $f^{-1}(1, -1, 0)$  al variare del parametro reale  $h$