

## Università di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 27/02/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

### I

1) Nello spazio siano dati le rette

$$r) : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + z = 0 \end{cases} \quad \text{ed } r) : \begin{cases} z + 1 = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

Provare che sono sghembe e trovare la retta che incide ortogonalmente entrambe.

- 2) Scrivere e studiare il fascio di coniche del piano  $z = 0$  bitangenti alla retta  $y + 1 = 0$  nel punto  $(0, -1)$  ed alla retta  $y - 1 = 0$  nel punto  $(0, 1)$ . Sia  $\mathcal{I}$  l'iperbole equilatera del fascio: trovare centro ed assi di simmetria. Sia  $\mathcal{C}$  la circonferenza del fascio: trovare centro e raggio.
- 3) Scrivere il cilindro di vertice  $(1, 0, -1, 0)$  e direttrice  $\mathcal{C}$ .

### III

In  $\mathbb{R}^4$ , siano dati i vettori  $v_1 = (1, -1, 1, 0)$ ,  $v_2 = (0, 2, 1, 1)$  e  $v_3 = (1, 1, 0, 0)$ . Sia  $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$  il sottospazio di  $\mathbb{R}^4$  generato da  $v_1, v_2, v_3$ . Sia  $f : V \rightarrow V$  l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h - 1, 1 - h, h - 1, 0) \\ f(v_2) &= (2, 4, 3, 2) \\ f(v_3) &= (3 - h, 13 - 9h, 11 - 4h, 8 - 4h) \end{aligned}$$

con  $h$  parametro reale.

1. Studiare  $\mathcal{M}^{\mathcal{B}}(f)$ , con  $\mathcal{B}$  una base di  $V$  formata da  $v_1, v_2, v_3$ , al variare del parametro  $h \in \mathbb{R}$  trovando una base per  $Im f$  e  $Ker f$ .
2. Studiare la semplicità di  $f$ , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare  $f^{-1}(1, -1, 0)_{\mathcal{B}}$  al variare del parametro reale  $h$