

Università di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 21/06/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Nello spazio siano dati il piano $\pi : x + 2y - z = 0$ ed il punto $P = (1, 1, 0)$. Trovare il simmetrico di P rispetto al piano π .
- 2) Studiare il fascio di coniche bitangente alla retta $y = 0$ nell'origine $(0, 0)$ ed alla retta $y + 2 = 0$ nel punto $(2, -2)$
- 3) Studiare il seguente fascio di quadriche:

$$hx^2 + (h - 1)y^2 + (1 + h)z^2 + 2x - 1 = 0$$

con $h \in \mathbb{R}$.

II

In \mathbb{R}^4 , sia dato lo spazio vettoriale $V = (v_1, v_2, v_3)$ dovei $v_1 = (0, 0, 1, 0)$, $v_2 = (1, 1, 0, 1)$ e $v_3 = (1, 0, 0, 0)$.

Sia $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (1, 1, h, 1) \\ f(v_2) &= (h, h, 1, h) \\ f(v_3) &= (1, 0, 0, 0) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Studiare $\mathcal{M}^{\mathcal{B}}(f)$, con \mathcal{B} una base di V generata da v_1, v_2, v_3 , al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Studiare la semplicità di f , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(1, 1, 0)$ al variare del parametro reale h