

UNIVERSITA' di CATANIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 13/09/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ di equazione

$$(1 + k)x^2 + y^2 + kxy + kx - 1 = 0$$

con k parametro reale. In particolare, trovare i punti base e le coniche spezzate.

- 2) Sia \mathcal{C} la circonferenza del fascio. Determinare e studiare il fascio di quadriche \mathcal{Q} contenente \mathcal{C} , che passa per $Z_\infty = (0, 0, 1, 0)$ e contiene

$$\text{la retta di equazioni } \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} .$$

- 3) Nello spazio siano dati il piano $\pi : 2x + y - z = 0$ ed il punto $P(0, 1, 0)$. trovare il simmetrico di P rispetto a π .

II

In \mathbb{R}^4 , sia dato il seguente spazio vettoriale $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$ dove v_1, v_2 e v_3 sono i vettori $v_1 = (1, 0, 1, 0)$, $v_2 = (0, 2, 1, 1)$ e $v_3 = (1, -1, 0, 0)$.

Sia $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h, 0, h, 0) \\ f(v_2) &= (1, h, 1, h) \\ f(v_3) &= (0, 3 + h, 1 + h, 2) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Dire per quali valori di h l'endomorfismo f è semplice, in tal caso, trovare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(1, 0, 1, 0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$