

Università di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 12/04/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Nello spazio siano dati il punto $A = (1, -2, 1)$, la retta

$$r) : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + z = 0 \end{cases} \quad \text{ed il piano } \pi : x + z - 1 = 0$$

Scrivere la retta passante per A , parallela al piano π ed ortogonale ad r .

- 2) Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ di equazione

$$hx^2 + 2hxy - y^2 + x - 1 = 0$$

trovando le coniche spezzate ed i punti base. Sia \wp la parabola del fascio che si ottiene per $h = 0$: trovare vertice ed asse di simmetria.

- 3) Sia \mathcal{C} la circonferenza del piano $z = 0$ di centro l'origine e raggio 1. Scrivere e studiare il fascio di quadriche contenente \mathcal{C} , passante per $Z_\infty = (0, 0, 1, 0)$, per il punto $(1, 0, 1, 0)$ ed avente nel punto $(0, 1, 0)$ piano tangente di equazione $y - 1 = 0$.

III

In \mathbb{R}^4 , siano dati i vettori $v_1 = (1, 1, 0, 0)$, $v_2 = (0, 1, 0, 1)$ e $v_3 = (1, -1, 1, 0)$. Sia $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$ il sottospazio di \mathbb{R}^4 generato da v_1, v_2, v_3 . Sia $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (2, 2, 0, 0) \\ f(v_2) &= (2 + h, 3, h, h + 1) \\ f(v_3) &= (h + 1, 0, h, h - 1) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Studiare $\mathcal{M}^{\mathcal{B}}(f)$, con \mathcal{B} una base di V formata da v_1, v_2, v_3 , al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$ trovando una base per $\text{Im}f$ e $\text{Ker}f$.
2. Studiare la semplicità di f , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(1, 2, 0, 1)$ al variare del parametro reale h