

UNIVERSITA' DI CATANIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**

Prova scritta di **Geometria** del giorno 08/11/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Studiare il fascio di coniche bitangente alla retta $y = 0$ nell'origine $(0, 0)$ ed alla retta $y + 2 = 0$ nel punto $(2, -2)$
- 2) Studiare il seguente fascio di quadriche:

$$hx^2 + (h - 1)y^2 + (1 + h)z^2 + 2x - 1 = 0$$

con $h \in \mathbb{R}$.

- 3) Provare che le rette $r : \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ sono sghembe e scrivere l'equazione della retta che incide ortogonalmente entrambe le rette.

II

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$f(e_1) = (h + 1, -1, 2)$$

$$f(e_2) = (0, 1 - h, 1)$$

$$f(e_3) = (0, 1, 1 - h)$$

con h parametro reale.

1. Studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Studiare la semplicità di f , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(1, 0, 1)$ al variare di h