

UNIVERSITA' DI CATANIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 06/12/2013

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ di equazione

$$(2 + k)x^2 + ky^2 - 2xy + 2x - 2y = 0$$

con k parametro reale, trovando, in particolare, i punti base e le coniche spezzate;

- 2) Sia \mathcal{I} l'iperbole equilatera del fascio. Trovare il cilindro di vertice $V = (1, 0, 1, 0)$ e direttrice \mathcal{I} .

- 3) Provare che le rette $r : \begin{cases} x + z + 1 = 0 \\ -y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ sono complanari e scrivere l'equazione del piano che le contiene.

III

In \mathbb{R}^4 , sia dato il seguente spazio vettoriale $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$ dove v_1, v_2 e v_3 sono i vettori $v_1 = (1, 0, 1, 0)$, $v_2 = (2, 1, 1, 0)$ e $v_3 = (0, 1, 2, 1)$.

Sia $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h + 1, 0, h + 1, 0) \\ f(v_2) &= (2, 3, 5, 2) \\ f(v_3) &= (2h + 2, 2h + 1, 3h + 1, h) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui f è semplice, trovare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(1, -1, 5, 1)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$