

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Università di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 29/02/2012

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ di equazione

$$hx^2 + y^2 + 2y - x - 1 = 0$$

Determinare coniche spezzate e punti base.

- 2) Sia \wp la parabola del fascio. Scrivere una sua forma canonica e la matrice del cambiamento di coordinate
- 3) Nello spazio siano date le due rette

$$r) : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{ed } s) : \begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

Verificare che le due rette r ed s sono sghembe. Determinare le equazioni della retta t incidente ortogonalmente entrambe le rette r ed s . Determinare la minima distanza tra r ed s .

II

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(e_1) &= (7 - 2h, 8 - 4h, 2h - 2) \\ f(e_2) &= (h - 2, 2h - 1, -h) \end{aligned}$$

(1)

con h parametro reale ed e_3 è un autovettore associato all'autovalore 1.

1. Studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di f .
3. trovare $f^{-1}(1, 0, 0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.