

## FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 29/09/2011

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

### I

- 1) Nello spazio, scrivere la retta  $s$  passante per il punto  $P_0 = (2, 1, 0)$ , parallela al piano  $\pi : x - y + z + 2 = 0$  e perpendicolare alla retta

$$r) : \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

- 2) Studiare il fascio  $\phi$  di coniche del piano  $z = 0$  bitangenti alla retta  $s$  (del punto precedente) nel punto  $(2, 1)$  ed alla retta  $x + y = 0$  nel punto  $(0, 0)$ .
- 3) Determinare il cilindro di vertice  $(0, 1, 1, 0)$  e direttrice la parabola  $\phi$  del fascio  $\phi$ .

### III

In  $\mathbb{R}^4$ , sia dato il seguente spazio vettoriale  $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$  dove  $v_1, v_2$  e  $v_3$  sono i vettori  $v_1 = (1, 1, -1, 0)$ ,  $v_2 = (1, 0, 0, 0)$  e  $v_3 = (2, -1, 0, -1)$ .

Sia  $f : V \rightarrow V$  l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= \left( \frac{h+1}{2}, \frac{2h-1}{4}, -\frac{h}{2}, -\frac{1}{4} \right) \\ f(v_2) &= (6, -1, -1, -2) \\ f(v_3) &= \left( \frac{3h^2}{4} + 2h, \frac{3h^2}{4} - h, -\frac{3h^2}{4}, -h \right) \end{aligned}$$

con  $h$  parametro reale.

1. Studiare  $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(f)$  con  $\mathcal{B}$  una base di  $V$ , al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Im f$  e  $Ker f$ .
2. Studiare la semplicità di  $f$ , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare  $f^{-1}(-2, 3, -1, 2)$  al variare del parametro reale  $h$