

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 22/07/2011

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

Nello spazio siano date le due rette

$$r) : \begin{cases} x + z = 0 \\ y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{ed } s) : \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$$

- 1) Verificare che le due rette r ed s sono sghembe. Determinare le equazioni della retta t incidente ortogonalmente entrambe le rette r ed s .
- 2) Scrivere la circonferenza \mathcal{C} del piano $z = 0$ di centro l'origine e raggio 1.
- 3) Studiare il fascio di quadriche contenente la circonferenza \mathcal{C} ed avente nel punto $(1, 0, -1, 0)$ il piano tangente $x + z - 2 = 0$

III

In \mathbb{R}^4 , sia dato il seguente spazio vettoriale $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$ dove v_1, v_2 e v_3 sono i vettori $v_1 = (1, -1, 0, 0)$, $v_2 = (2, 0, 1, 0)$ e $v_3 = (-1, 0, 0, 2)$.

Sia $f : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (3h + 6, -h, h + 3, 0) \\ f(v_2) &= (-4, -1, -2, 2) \end{aligned} \tag{1}$$

e v_3 è un autovettore associato all'autovalore h con h parametro reale.

1. Studiare $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(f)$ con \mathcal{B} una base di V , al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Studiare la semplicità di f , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare $f^{-1}(2, -1, 1, 2)$ al variare del parametro reale h