

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Università di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 16/12/2011

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Scrivere la retta passante per il punto $P = (1, 2, 0)$ ed ortogonale e incidente $r : \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + y - 1 = 0. \end{cases}$
- 2) Scrivere e studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ tangenti alla retta $x + 2y = 0$ in $(0, 0)$ ed alla retta $y - 1 = 0$ in $(0, 1)$.
- 3) Sia \mathcal{I} l'iperbole equilatera del fascio. Trovare una sua forma canonica.
- 4) Studiare il seguente fascio di quadriche.

$$x^2 + 2hxy + 2y^2 + 2yz - 2y + z^2 + 1 = 0$$

II

In \mathbb{R}^3 , siano dati i seguenti vettori $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (-1, 1, 0)$ e $v_3 = (1, 2, 1)$.

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h, h, 0) \\ f(v_2) &= (h + 2, 5h + 2, 2h) \\ f(v_3) &= (-1 - h, h + 5, 2) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Scrivere la matrice rispetto la base $\mathcal{B} = [v_1, v_2, v_3]$ di \mathbb{R}^3 e studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di f .
3. trovare $f^{-1}(1, 0, 1)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.