

## FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di laurea in **Ingegneria Edile Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 12/09/2011

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e/o appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

### I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano  $z = 0$

$$hx^2 + y^2 - 1 + xy + 2x + y = 0$$

- 2) Sia  $\mathcal{I}$  l'iperbole equilatera del fascio. Determinare una sua forma canonica.
- 3) Determinare e studiare il fascio di quadriche contenente la parabola del fascio ed avente nel punto  $(0, 0, 1, 0)$  piano tangente  $x - y = 0$

### III

In  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i vettori  $v_1 = (1, 1, 0)$ ,  $v_2 = (-1, 0, 1)$  e  $e_2 = (0, 1, 0)$ .  
Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (h + 1, 1 - h, h) \\ f(v_2) &= (-h - 2, 1 + h, -h) \end{aligned}$$

ed  $e_2$  è un autovettore associato all'autovalore  $-h$  con  $h$  parametro reale.

1. Studiare  $\mathcal{M}_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$  con  $\mathcal{E}$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$ , al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Imf$  e  $Kerf$ .
2. Studiare la semplicità di  $f$ , e nei casi in cui è semplice determinare una base di autovettori.
3. Trovare  $f^{-1}(-1, 2, 0)$  al variare del parametro reale  $h$