

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Università di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 30/06/2011

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ di equazione

$$hx^2 + xy + hy + 2x + h = 0$$

Determinare coniche spezzate e punti base.

- 2) Sia \wp la parabola del fascio. Determinare e studiare il fascio di quadriche contenenti \wp , passanti per $(0, 0, 1, 0)$ ed ivi aventi piano tangente $2x + 1 = 0$.
- 3) Sia \wp la parabola del fascio. Trovare una sua forma canonica e la matrice del cambiamento di coordinate.

II

In \mathbb{R}^3 , siano dati i seguenti vettori $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, 0)$ e $v_3 = (-1, 0, 1)$.

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (2h - 2, -1, 2h^2) \\ f(v_2) &= (h - 2, -1, 0) \\ f(v_3) &= (1 - h, 0, -2h^2) \end{aligned}$$

con h parametro reale.

1. Scrivere la matrice rispetto la base canonica di \mathbb{R}^3 e studiare f al variare del parametro h trovando una base per Imf e $Kerf$.
2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$. Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di f .
3. trovare $f^{-1}(-1, 1, 1)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.