

## FACOLTA' DI INGEGNERIA

Università di Catania

Corso di laurea in **Ingegneria Edile - Architettura**

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 30/06/2011

- Durata della prova: due ore
- Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- Non si possono consultare i libri di testo e appunti.
- Usare solo la carta fornita dai Docenti.

### I

- 1) Studiare il fascio di coniche del piano  $z = 0$  di equazione

$$hx^2 + xy + hy + 2x + h = 0$$

Determinare coniche spezzate e punti base.

- 2) Sia  $\wp$  la parabola del fascio. Determinare e studiare il fascio di quadriche contenenti  $\wp$ , passanti per  $(0, 0, 1, 0)$  ed ivi aventi piano tangente  $2x + 1 = 0$ .
- 3) Sia  $\wp$  la parabola del fascio. Trovare una sua forma canonica e la matrice del cambiamento di coordinate.

### II

In  $\mathbb{R}^3$ , siano dati i seguenti vettori  $v_1 = (1, 1, 0)$ ,  $v_2 = (0, 1, 0)$  e  $v_3 = (-1, 0, 1)$ .

Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (2h - 2, -1, 2h^2) \\ f(v_2) &= (h - 2, -1, 0) \\ f(v_3) &= (1 - h, 0, -2h^2) \end{aligned}$$

con  $h$  parametro reale.

1. Scrivere la matrice rispetto la base canonica di  $\mathbb{R}^3$  e studiare  $f$  al variare del parametro  $h$  trovando una base per  $Imf$  e  $Kerf$ .
2. Studiare la semplicità di  $f$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ . Nei casi in cui è semplice trovare una base di autovettori di  $f$ .
3. trovare  $f^{-1}(-1, 1, 1)$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ .