Numeri naturali

- **Sistema di numerazione posizionale in base b**
  - ▶ $c_k c_{k-1} \dots c_0$ rappresenta $c_k \times b^k + c_{k-1} \times b^{k-1} + \dots + c_0 \times b^0$
  - ▶ $b=10 \Rightarrow 1101_{dieci}$ indica $1\times10^3 + 1\times10^2 + 0\times10 + 1\times10^0$
- **Conversione binario ⇒ decimale**
  - ▶ basta scrivere il numero secondo la notazione posizionale utilizzando già il sistema decimale
  - ▶ $b=2 \Rightarrow 1101_{due}$ indica $1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2 + 1\times2^0 = 13_{dieci}$
- **Conversione decimale ⇒ binario**
  - ▶ Si potrebbe utilizzare lo stesso metodo indicato sopra, ma è molto complesso
  - ▶ $b=10 \Rightarrow 345_{dieci}$ indica $11\times1010^{10} + 100\times1010^1 + 101\times1010^0$

Sistemi di Numerazione

BINARIA:

- Base = 2
- Simboli = { 0,1 }

OTTALE:

- Base = 8
- Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7 }

DECIMALE:

- Base = 10
- Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 }

ESADECIMALE:

- Base = 16
- Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F }

Sistema di Numerazione OTTALE

Base = 8

Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7 }

- $637_{otto} = 6x8^2 + 3x8^1 + 7x8^0$

  $= 6x64 + 3x8 + 7x1$

  $= 384 + 24 + 7$

  $= 415$

Sistema di Numerazione OTTALE

Base = 8

Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7 }

- $1302_{otto} = 1x8^3 + 3x8^2 + 0x8^1 + 2x8^0$

  $= 1x512 + 3x64 + 0x8 + 2x1$

  $= 512 + 192 + 0 + 2$

  $= 706$

Sistema di Numerazione ESADECIMALE

Base = 16

Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F }

- $A_{sedici} = 10_{dieci}$
- $B_{sedici} = 11_{dieci}$
- $C_{sedici} = 12_{dieci}$
- $D_{sedici} = 13_{dieci}$
- $E_{sedici} = 14_{dieci}$
- $F_{sedici} = 15_{dieci}$

Sistema di Numerazione ESADECIMALE

Base = 16

Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F }

- $FC2_{sedici} = 15 x 16^2 + 12 x 16^1 + 2 x 16^0$

  $= 15 x 256 + 12 x 16 + 2 x 1$

  $= 3840 + 192 + 2$

  $= 4034$

Sistema di Numerazione ESADECIMALE

Base = 16

Simboli = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F }

- $1A07_{sedici} = 1 \times 16^3 + 10 \times 16^2 + 0 \times 16^1 + 7 \times 16^0$

  $= 1 \times 4096 + 10 \times 256 + 0 \times 16 + 7 \times 1$

  $= 4096 + 2560 + 0 + 7$

  $= 6663$

Sistema di Numerazione BINARIA

Base = 2

Simboli = { 0,1 }

- $1011_{due} = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$

  $= 1x8 + 0x4 + 1x2 + 1x1$

  $= 8 + 2 + 1$

  $= 11$

Sistema di Numerazione BINARIA

Base = 2

Simboli = { 0,1 }

- $100101_{due} = 1x2^5 + 0x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0$

  $= 1x32 + 0x16 + 0x8 + 1x4 + 0x2 + 1x1$

  $= 32 + 4+ 1$

  $= 37$

Sistema di Numerazione BINARIA

Base = 2

Simboli = { 0,1 }

- $11010111_{due} = 1x2^7 + 1x2^6 + 0x2^5 + 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$

  $= 1x128 + 1x64 + 0x32 + 1x16 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 1x1$

  $= 128 + 64 + 16 + 4 + 2 + 1$

  $= 215$

Sistemi di Numerazione

DECIMALE	BINARIO	OTTALE	ESADECIMALE
1	1	1	1
2	10	2	2
4	100	4	4
11	1011	13	B
18	10010	22	12
32	100000	40	20
150	10010110	226	96
255	11111111	377	FF

Conversione decimale ⇒ binario

$$
\begin{aligned}
565_{dieci} &= 5_{dieci}\times10^{2}_{dieci} + 6_{dieci}\times10^{1}_{dieci} + 5_{dieci}\times10^{0}_{dieci} = \\
&= 101_{due}\times1010^{2}_{due} + 110_{due}\times1010^{1}_{due} + 101_{dieci}\times1010^{0}_{due} = \\
&= 101_{due}\times1100100_{due} + 110_{due}\times1010_{due} + 101_{due}\times1_{due} = \\
&= 111110100_{due} + 111100_{due} + 101_{due} = \\
&= 1000110101_{due}
\end{aligned}
$$

Conversione decimale ⇒ binario

- Sistema di numerazione posizionale in base B che, in questo contesto si può ipotizzare diversa da dieci

$$c_{n-1}c_{n-2}\ldots c_1c_0 = c_{n-1}\times B^{n-1} + c_{n-2}\times B^{n-2} + \ldots + c_1\times B^1 + c_0\times B^0$$

$$c_{n-1}c_{n-2}\ldots c_1c_0 = c_{n-1}\times B^{n-1} + c_{n-2}\times B^{n-2} + \ldots + c_1\times B + c_0$$

(infatti $B^1 = B$ e $B^0 = 1$)

- Dividendo il numero per il valore della base, il risultato che si ottiene è:

$$(c_{n-1}\times B^{n-1} + c_{n-2}\times B^{n-2} + \ldots + c_1\times B + c_0)/B =$$

$$= c_{n-1}\times B^{n-2} + c_{n-2}\times B^{n-3} + \ldots + c_1 + c_0/B$$

- che può essere scomposto in modo da evidenziare quoziente e resto:

quoziente = $c_{n-1}\times B^{n-2} + c_{n-2}\times B^{n-3} + \ldots + c_1$

resto = c_0

- Il resto della divisione corrisponde all'ultima cifra della rappresentazione in base B del numero, ma il suo valore è indipendente dalla base che si utilizza per effettuare i conti.
- Applicando lo stesso procedimento al quoziente si ottiene la penultima cifra della rappresentazione in base B
- Ripetendo la procedura è possibile ottenere tutte le altre cifre.

Conversione decimale ⇒ binario

(cifra binaria meno significativa)

$573_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	286_{dieci}	*resto* 1_{dieci}
$286_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	143_{dieci}	*resto* 0_{dieci}
$143_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	71_{dieci}	*resto* 1_{dieci}
$71_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	35_{dieci}	*resto* 1_{dieci}
$35_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	17_{dieci}	*resto* 1_{dieci}
$17_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	8_{dieci}	*resto* 1_{dieci}
$8_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	4_{dieci}	*resto* 0_{dieci}
$4_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	2_{dieci}	*resto* 0_{dieci}
$2_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	1_{dieci}	*resto* 0_{dieci}
$1_{dieci} : 2_{dieci}$	⇒	*quoziente*	0_{dieci}	*resto* 1_{dieci}

(cifra binaria più significativa)

$$1\,000\,111\,101_{due} = 573_{dieci}$$

Conversione decimale ⇒ binario

Si calcolano i resti delle divisioni per due

18 : 2 = 9	resto 0
9 : 2 = 4	resto 1
4 : 2 = 2	resto 0
2 : 2 = 1	resto 0
1 : 2 = 0	resto 1

10010

137 : 2 =	68	resto 1
68 : 2 =	34	resto 0
34 : 2 =	17	resto 0
17 : 2 =	8	resto 1
8 : 2 =	4	resto 0
4 : 2 =	2	resto 0
2 : 2 =	1	resto 0
1 : 2 =	0	resto 1

10001001

Conversione DECIMALE --> ESADECIMALE

1023

1023	:	16	=	63	-->	resto	15	(16x63 = 1008)
63	:	16	=	3	-->	resto	15	(16x3 = 48)
3	:	16	=	0	-->	resto	3	

1023_{dieci} --> $3FF_{sedici}$

Conversione DECIMALE --> ESADECIMALE

14530

14530	:	16	=	908	-->	resto	2	(16x908 = 14528)
908	:	16	=	56	-->	resto	12	(16x56 = 896)
56	:	16	=	3	-->	resto	8	(16x3 = 48)
3	:	16	=	0	-->	resto	3	

14530_{dieci} --> $38C2_{sedici}$