

Gli esercizi del commissario Montalbano

Le indagini irrisolte di Montalbano.

Il questore di Montelusa ha assegnato al commissario Montalbano l'incarico di indagare su n diversi crimini commessi di recente nel territorio del comune di Vigata. Non tutti i crimini sono della stessa entità e non tutti i crimini richiedono il medesimo tempo per essere risolti. Sia $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ l'insieme degli n crimini assegnati al commissario Montalbano e, per ogni crimine c_i , con $i = 1 \dots n$, siano rispettivamente p_i e t_i la priorità ed il tempo richiesto per portare a termine le indagini dell' i -esimo crimine.

Il commissario, avendo a disposizione un tempo totale T , non sufficiente a risolvere tutti i casi, vuole comunque portare a termine un certo numero di indagini, massimizzando la priorità dei casi risolti.

Aiuta il commissario Montalbano a risolvere il suo problema:

- seleziona una strategia di risoluzione (progr. dinamica o progr. greedy)
- dimostra la sottostruttura ottima del problema
- dimostra la proprietà della scelta greedy (nel caso di soluzione greedy)
- dare la definizione ricorsiva del costo di una soluzione ottima (nel caso di progr. dinamica)

Il capodanno di Montalbano.

Come di consueto il giorno di capodanno il commissario Montalbano ha ricevuto tantissimi inviti da parte dei suoi colleghi e amici. Persino Catarella lo ha invitato a fare colazione a casa sua. A differenza dell'anno scorso, in cui si vide costretto a rinunciare per via di un precedente impegno con Lidia, quest'anno il commissario è deciso ad accettare il maggior numero possibile di inviti.

Sia $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ l'insieme degli n inviti ricevuti dal commissario Montalbano e, per ogni invito a_i , con $i = 1 \dots n$, siano rispettivamente s_i e d_i l'orario in cui è stato dato l'appuntamento e la durata dello stesso.

Il commissario, avendo a disposizione le 24 ore della giornata di capodanno, vuole massimizzare il numero di inviti accettati. Aiuta il commissario Montalbano a risolvere il suo problema:

- formalizza il problema del commissario
- seleziona una strategia di risoluzione (progr. dinamica o progr. Greedy)
- dimostra la sottostruttura ottima del problema
- dimostra la proprietà della scelta greedy (nel caso di soluzione greedy)
- dare la definizione ricorsiva del costo di una soluzione ottima (nel caso di progr. Dinamica)
- scrivere lo pseudocodice dell'algoritmo proposto.

La bisaccia di Montalbano

Era ancora notte fonda quando il commissario Montalbano, durante una delle sue passeggiate ruminanti nei pressi delle campagne di Vigata, scopre una grotta il cui ingresso era coperto con delle frasche. L'interno della grotta contiene, accatastati l'uno sull'altro, svariati oggetti di diverso valore e diversa grandezza che il commissario riconosce subito come facenti parte della refurtiva di una rapina avvenuta qualche giorno addietro in una gioielleria di Montelusa. Il commissario è intenzionato a riportare indietro con se la maggior parte della refurtiva, tuttavia può utilizzare per il momento solo una consumata, ma capace, bisaccia che lui tiene nel portabagagli della sua auto.

Sia $R=\{o_1, o_2, \dots, o_n\}$ l'insieme degli n oggetti ritrovati nella grotta dal commissario Montalbano. Ad ogni oggetto o_i sono associate due grandezze: v_i , che indica il valore dell'oggetto; e p_i , che indica il peso dell'oggetto. Il commissario, avendo a disposizione solo la sua bisaccia che può trasportare oggetti per un peso massimo P , vuole massimizzare il valore degli oggetti trasportati. Aiuta il commissario Montalbano a risolvere il suo problema:

- formalizza il problema del commissario
- seleziona una strategia di risoluzione (progr. dinamica o progr. greedy)
- dimostra la sottostruttura ottima del problema
- dimostra la proprietà della scelta greedy (nel caso di soluzione greedy)
- dare la definizione ricorsiva del costo di una soluzione ottima (nel caso di progr. Dinamica)
- scrivere lo pseudocodice dell'algoritmo proposto.

I fiori di Montalbano

Il Commissario Montalbano in occasione dell'arrivo di Lidia per Pasqua, vuole allestire la terrazza della sua casa a mare con fiori in un modo gradevole. Il commissario dispone di F mazzi di fiori, ciascuno di un genere diverso, e almeno altrettanti vasi ordinati in una fila. I vasi sono incollati sopra a una mensola e sono numerati consecutivamente da 1 a V , dove V è il numero di vasi, disposti da sinistra a destra in modo che il vaso 1 è quello più a sinistra e il vaso V quello più a destra. I mazzi si possono spostare e sono identificati da un numero intero tra 1 e F . Questi numeri hanno un significato: determinano l'ordine richiesto di presentazione dei mazzi di fiori nella fila di vasi. Infatti, il mazzo i deve essere in un vaso alla sinistra di quello che contiene il mazzo j ogni qualvolta $i < j$.

Supponiamo, per esempio, di avere un mazzo di azalee ($id = 1$), un mazzo di begonie ($id = 2$) ed un mazzo di garofani ($id = 3$). Ora, tutti i mazzi devono essere messi nei vasi mantenendo l'ordine dei loro id . Il mazzo di azalee deve essere messo in un vaso alla sinistra delle begonie, e il mazzo di begonie in un vaso alla sinistra dei garofani. Se ci sono più vasi che mazzi di fiori allora i vasi eccedenti vengono lasciati vuoti. Un vaso può contenere solo un mazzo di fiori.

Ciascun vaso ha una distinta caratteristica (esattamente come i fiori). Dunque, mettere un mazzo di fiori in un vaso ha come risultato un determinato valore estetico, espresso da un numero intero. I valori estetici sono mostrati nella tabella che segue. Lasciare un vaso vuoto ha un valore estetico di 0.

Raggiungere l'effetto più gradevole corrisponde alla massimizzazione della somma dei valori estetici per la sistemazione dei mazzi di fiori. Se più di una sistemazione ha il valore della somma massima, qualsiasi sistemazione tra queste sarà accettabile. Si deve produrre una sola sistemazione.

Il Lungomare di Montalbano

Marinella è una cittadina di mare in provincia di Vigata e quest'anno tutte le case che danno sulla costa devono essere ritinteggiate. La striscia di case è l'orgoglio di Marinella: per questo motivo, il Comune ha molto a cuore l'impatto estetico della tinteggiatura. Le N case sono tutte allineate sulla costa e hanno tutte la stessa larghezza; inoltre, ognuna di esse è alta un certo numero di piani, ma tutti i piani di tutte le case sono della stessa altezza. Il Comune mette a disposizione K colori distinti numerati da 1 a K per ritinteggiare le case e, per chiari motivi estetici, dispone che ogni casa possa essere dipinta di un solo colore e che, se due case hanno lo stesso colore, devono essere adiacenti. In altre parole, una volta ritinteggiate le case, guardando la sequenza di case dal mare, da sinistra a destra, ogni colore deve essere incontrato una e una sola volta. Tutti i K colori devono essere utilizzati nella tinteggiatura. La casa del commissario Montalbano (la casa identificata dal numero N) deve essere colorata con il colore identificato dal numero 1.

Come ultimo vincolo, il Comune impone il bilanciamento dei colori; in altre parole, richiede che la superficie (misurata in piani) del blocco monocromatico di area massima sia la minima possibile, per evitare che un turista che si avvicini dal mare verso Marinella ammirando la striscia di case sia disturbato dalla predominanza troppo marcata di un colore rispetto agli altri.

Il tuo compito consiste nel trovare una colorazione che soddisfi tutti i precedenti vincoli (e, in particolare, di quale colore deve essere colorato ogni grattacielo) conoscendo la disposizione dei grattacieli e l'altezza (espressa in numero di piani) di ogni grattacielo.

I nuovi commissariati di Montalbano

C'è una strada che collega tutti i comuni in provincia di Montelusa. La strada può essere pensata come un asse a coordinate intere, e la posizione di ciascun comune è pertanto identificata da una singola coordinata intera. Non ci sono mai due comuni nella stessa posizione, e la distanza fra due posizioni è il valore assoluto della differenza delle loro coordinate. Si devono costruire un certo numero di uffici postali in alcuni comuni, ma non necessariamente in tutti (naturalmente, se un ufficio postale viene costruito in un comune, l'ufficio postale e il comune si trovano nella stessa posizione). Per costruire gli uffici postali, occorre sceglierne le posizioni in modo tale che la somma totale di tutte le distanze fra ciascun comune e il più vicino ufficio postale sia minima. Dovete scrivere un programma che, date le posizioni dei comuni e il numero di uffici postali, calcoli la minima somma possibile delle distanze fra ciascun villaggio e l'ufficio postale a lui più vicino, e le posizioni in cui costruire gli uffici postali in modo da ottenere tale somma minima.

Le scatole cinesi di Montalbano

I giochi di logica e di strategia sono sempre stati una passione del commissario Montalbano. Ma questa volta sembra che il regalo che Livia gli ha portato per Natale superi le capacità del commissario. Il regalo di Livia consiste in un insieme di scatole cinesi numerate e di diversa grandezza. Il gioco consiste nell'individuare la più lunga sequenza di scatole consecutive che entrano l'una dentro l'altra.

Siano date n scatole B_1, \dots, B_n , dove ogni B_i è descritta da una tripla (a_i, b_i, c_i) denotante rispettivamente la lunghezza, larghezza e altezza della scatola B_i . La scatola B_i può essere inserita nella scatola B_j se e solo se $a_i < a_j$, $b_i < b_j$, $c_i < c_j$, senza rotazioni delle scatole. In tal caso scriveremo $B_i \subset B_j$. Determinare il massimo k tale che esiste una sequenza $B_{i_1}, B_{i_2}, \dots, B_{i_k}$ che soddisfa la condizione $B_{i_1} \subset B_{i_2} \subset \dots \subset B_{i_k}$ e $i_1 < i_2 < \dots < i_k$.

Aiuta il commissario Montalbano a risolvere il gioco regalatogli da Livia:

- formalizza il problema del commissario
- seleziona una strategia di risoluzione (progr. dinamica o progr. greedy)
- dimostra la sottostruttura ottima del problema
- dimostra la proprietà della scelta greedy (nel caso di soluzione greedy)
- dare la definizione ricorsiva del costo di una soluzione ottima (nel caso di progr. Dinamica)
- scrivere lo pseudocodice dell'algoritmo proposto.