

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI FUNZIONALE (corso semestrale)

Anno Accademico 1999-2000

(Prof. G. Emmanuele)

1-Spazi di Banach ed operatori lineari

Spazi normati e spazi di Banach. Esempi. Teorema di Hahn-Banach (caso reale e caso complesso). Forma geometrica del Teorema di Hahn-Banach. Operatori lineari fra due spazi di Banach e loro continuità. Lo spazio $L(X, Y)$. Spazio duale. Teorema di Baire. Principio di Uniforme Limitatezza. Teorema del Grafico Chiuso. Teorema dell'Applicazione Aperta. Operatore coniugato (o duale o aggiunto). Teorema del Rango Chiuso. Operatori compatti. Teorema di Schauder.

2-Topologie deboli

Topologia debole e topologia debole*. Continuità debole degli operatori lineari. Limitatezza nella norma e nella topologia debole. Convessità e chiusura forte e debole. Teoremi di separazione. Metrizzabilità delle topologie deboli. Confronto fra topologie deboli. Spazi quoziente, sottospazi e topologie deboli. $(E, \sigma(E, E^*))^* = E^*$. Spazi di Banach riflessivi. Teorema di Milman-Pettis (ogni spazio uniformemente convesso è riflessivo). Teorema di Kakutani (caratterizzazione della riflessività). Teorema di Alaoglu-Bourbaki. Teorema di Goldstine. Teorema di Eberlein-Smulyan. Teorema di Krein-Smulyan. Punti estremi. Teorema di Krein-Milman. Teorema di Mazur sull'involuppo convesso di insiemi compatti. Basi di Hamel. Spazi di dimensione finita e loro caratterizzazioni.

3-Spazi di Banach con base di Schauder

Basi di Schauder. Determinazione dello spazio duale di alcuni spazi di Banach classici. Spazi quoziente e sottospazi. Serie incondizionatamente convergenti. Basi incondizionate. Basi monotone. Basi equivalenti. Successioni basiche. Successioni basiche equivalenti alla base canonica di ℓ_1 . Successioni basiche equivalenti alla base canonica di c_0 . Principio di Selezione di Bessaga-Pelczynski. Teorema di Orlicz-Pettis. Basi stringenti, basi limitatamente complete e dualità. Copie di c_0 e di ℓ_1 in spazi di Banach. Dualità. c_0 non è complementato in ℓ_∞ . c_0 è complementato in ogni spazio separabile che lo contiene.

Misure vettoriali

Misure vettoriali. Variazione. Semivariatione. Misure fortemente additive. Spazi di Banach di misure vettoriali. Lemma di Phillips. Proprietà di Schur in ℓ_1 . Lemma di Rosenthal. Teorema di Uniforme Limitatezza di Nikodym. Corollario di Dieudonné-Grothendieck. Teorema di Vitali-Hahn-Saks-Nikodym. Misure vettoriali

assolutamente continue rispetto a misure scalari. Insiemi di misure uniformemente σ -additive. Relativa debole compattezza di sottoinsiemi di spazi di misure. Teorema di Radon-Nikodym. Densità delle funzioni semplici in $L^p, 1 \leq p < \infty$. Dualità e completezza negli spazi $L^p, 1 \leq p < \infty$.