

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI FUNZIONALE (corso semestrale)

Anno Accademico 2001-02

(Prof. G. Emmanuele)

1-Spazi vettoriali

Spazi vettoriali ordinati. Spazi di Riesz. Spazi di Riesz completi secondo Dedekind. Esempi: l_∞ è completo secondo Dedekind, c non è completo secondo Dedekind. Teorema di Hahn-Banach (caso reale) ed estensione al caso complesso.

2-Spazi vettoriali topologici

Spazi vettoriali topologici. Proprietà. Basi di intorni. Caratterizzazioni delle topologie vettoriali. Somma diretta algebrica e somma diretta topologica. Gli spazi vettoriali topologici di dimensione finita sono tutti isomorfi a \mathbb{K}^n . Locale compattezza e spazi vettoriali topologici di dimensione finita. Iperpiani in spazi vettoriali. Iperpiani in spazi vettoriali topologici sono densi o chiusi. Caratterizzazione della non esistenza di iperpiani chiusi. Insiemi limitati in spazi vettoriali topologici.

3-Spazi localmente convessi

Insiemi convessi in spazi vettoriali topologici. Spazi localmente convessi. Definizione di topologie vettoriali localmente convesse attraverso l'uso di seminorme. Teorema di Hahn-Banach in spazi localmente convessi. Teorema di Separazione e Teorema di Stretta Separazione. Spazi $L^p([a, b])$, $0 < p < 1$. Iperpiani di supporto. Punti estremi. Teorema di Krein-Milman sui punti estremi. Esempi: la palla unitaria chiusa di L^1 e la palla unitaria chiusa di c_0 non possiedono punti estremi.

4-Spazi di Banach

Teorema dell'Applicazione Aperta. Teorema delle due norme. Teorema del Grafico Chiuso. Principio di Uniforme Limitatezza. Topologia debole* $\sigma(X', X)$ Uguaglianza $(X', \sigma(X', X))' = X$. Topologia debole* limitata. Teorema di Alaoglu-Bourbaki. Teorema di Goldstine. Spazi duali di spazi L^p , $1 \leq p < \infty$. Topologia debole $\sigma(X, X')$. Uguaglianza $(X, \sigma(X, X'))' = X'$. Metrizzabilità di topologie deboli. Spazi di Banach classici di successioni in spazi di Banach. Operatori compatti, debolmente compatti ed operatori coniugati. Teorema del Rango Chiuso.