

FACOLTÀ DI SCIENZE MM. FF. NN.  
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA  
PROGRAMMA DEL CORSO DI FORMAZIONE ANALITICA II (A-L) 2005-06

*Prof. G. Emmanuele*

**N.B. Tutti i riferimenti successivi sono al testo**

**G. Emmanuele, Analisi Matematica I, Foxwell and Davies Italia, 2003**

**G. Emmanuele, Analisi Matematica II, Foxwell and Davies Italia, 2004**

**Capitolo 2.** Definizione di numeri complessi. Uguaglianza. Operazioni. Coniugato. Forma algebrica. Impossibilità di rendere  $\mathbb{C}$  campo totalmente ordinato. Modulo e anomalia. Forma trigonometrica. Formula di De Moivre. Esistenza delle radici n-esime e relativa formula di calcolo. Polinomi in  $\mathbb{C}$ . Teorema di Ruffini\*. Teorema Fondamentale dell'Algebra\*. Decomposizione di funzioni razionali fratte in fratti semplici\*.

**Capitolo 4.** Definizione di serie numerica e di carattere di una serie. Serie costante, serie telescopiche, serie geometrica, serie armonica. Criterio di Convergenza di Cauchy per le serie e Corollario 1.2. Proposizione 1.4\*. Serie a termini di segno costante. Criterio del Confronto e Corollari. Criterio del Rapporto e Corollario. Criterio della Radice e Corollario. Criterio di Raabe e Corollario\*. Criterio di Condensazione di Cauchy\*. Serie armonica generalizzata. Maggiorazione dell'errore. Serie a termini di segno alterno. Teorema di Leibnitz. Maggiorazione dell'errore nel Teorema di Leibnitz. Criteri di Dirichlet\* (con maggiorazione dell'errore) e di Abel\*. Assoluta convergenza. L'assoluta convergenza implica la convergenza, mentre l'implicazione inversa è falsa.

**Capitolo 8.** Primitive. Determinazione di tutte le primitive di funzioni definite in un intervallo e nell'unione di intervalli a due a due disgiunti. Integrale indefinito. Proprietà\*. Integrazione per parti\* e applicazioni. Primo Teorema di Sostituzione\* e applicazioni. Ricerca delle primitive delle funzioni razionali fratte. Secondo Teorema di Sostituzione\*. Applicazioni del Secondo Teorema di Sostituzione al calcolo dell'integrale di funzioni del tipo  $R(e^x)$ ,  $R\left(\sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$ ,  $R(\sin^2 x, \cos^2 x, 2 \sin x \cos x)$ ,  $R(\sin x, \cos x)$ ,  $R(\sqrt{ax^2 + bx + c})$ , essendo  $R$  una funzione razionale fratta.

**Capitolo 9.** Definizione di Integrale di Riemann. Funzione di Dirichlet. Calcolo dell'integrale di funzioni costanti e della funzione  $f(x) = x$  con la definizione. Proprietà\*. Integrabilità di funzioni continue\*,

monotone\*, generalmente continue e limitate\*. Teorema della Media. Integrale definito e proprietà\*. Funzione integrale. Teorema di Derivabilità della Funzione Integrale. Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale. Corollario sul calcolo dell'integrale di Riemann di una funzione continua. Significato geometrico dell'integrale di Riemann. Integrali impropri. Proprietà\*. Assoluta integrabilità ed integrabilità per gli integrali impropri\*. Teorema del Confronto e Corollario\*. Funzioni campione. Significato geometrico dell'integrale improprio\*.

**Capitolo 10.** Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari del primo ordine a coefficienti non (necessariamente) costanti. Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , a coefficienti costanti. Metodo di variazione delle costanti di Lagrange. Principio di sovrapposizione.

**Capitolo 11.** Successioni di funzioni. Convergenza puntuale e convergenza uniforme; significato geometrico dei due tipi di convergenza. Successione geometrica ed altri esempi. Criteri di Cauchy per la convergenza puntuale e la convergenza uniforme. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza uniforme. Condizione solo necessaria per la convergenza uniforme. Scambio di limiti \*. Continuità della funzione limite. Scambio di limite e derivata\*. Passaggio al limite sotto il segno di integrale per l'integrale di Riemann\* (con interpretazione geometrica). Teorema di Dini per la convergenza uniforme\*. Teorema di Polya per la convergenza uniforme\*. Serie di funzioni. Tipi di convergenza delle serie di funzioni: puntuale, uniforme, assoluta e totale. La convergenza totale implica la uniforme e l'assoluta, che a loro volta implicano la puntuale. Controesempi alle implicazioni inverse. La convergenza assoluta ed uniforme non sono confrontabili. Traduzione dei Teoremi sulle successioni di funzioni nel linguaggio delle serie di funzioni: scambio di limite e serie, derivazione per serie, integrazione per serie. Serie di potenze. Definizione di intervallo di convergenza, di raggio di convergenza e formule di calcolo. Teorema di Abel\*. Convergenza totale delle serie di potenze. Derivazione della funzione somma di una serie di potenze. Unicità della serie di potenze. Sviluppabilità. Esempio di serie non sviluppabile in serie di Taylor\*. Sviluppi notevoli:  $e^x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$ . Serie binomiale\*. Sviluppo di  $\arcsin x$ ,  $\arctg x$ ,  $\log(1+x)$ ,  $\log(1-x)$ . Applicazioni al calcolo approssimato di numeri irrazionali e di integrali non calcolabili elementarmente.

**Capitolo 12 e Capitolo 13.** Definizione di metrica o distanza in  $\mathbb{R}^n$ . Disuguaglianza di Cauchy-Schwartz (Esempi 1.2 e 1.3-Cap.12). Intorni sferici (Definizione 1.2-Cap.12). Punti interni, esterni, di accumulazione, di frontiera e isolati. Insiemi aperti e insiemi chiusi. Insiemi limitati (Definizione 1.4-Cap.12). Limiti di funzioni (Cap.13). Limiti di funzioni composte. Limiti di restrizioni. Funzioni continue (Cap.12). Teorema di Weierstrass\* (Cap.12). Alcune osservazioni sulla definizione di limite e sul calcolo dei limiti. Teorema di

confronto (Cap.13). Derivate direzionali e derivate parziali e loro significato geometrico (Cap.13). Differenziabilità (Cap.13). La differenziabilità implica la derivabilità in ogni direzione (Cap.13). Esempi. Teorema del Differenziale Totale\* (Cap.13). Significato geometrico della differenziabilità (Cap.13). Derivate successive (Cap.13). Invertibilità dell'ordine di derivazione (Teorema di Schwarz)\*(Cap.13). Esempi. Punti di estremo relativo(Cap.13). Teorema di Fermat (Cap.13). Matrice Hessiana (Cap.13). Metodo per la ricerca dei punti di estremo (condizioni necessarie e condizioni sufficienti)\* (Cap.13).

**Le dimostrazioni relative agli argomenti contrassegnati con l'asterisco possono essere omesse**