FACOLTÀ DI SCIENZE MM. FF. NN.

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

PROGRAMMA DEL CORSO DI FORMAZIONE ANALITICA I 2004-05 (A-C)

Prof. G. Emmanuele

N.B. Tutti i riferimenti successivi sono al testo

G. Emmanuele, Analisi Matematica I, Foxwell and Davies Italia, 2003

G. Emmanuele, Analisi Matematica II, Foxwell and Davies Italia, 2004

Capitolo 1. Rappresentazione decimale dei numeri reali. Uguaglianza. Ordinamento. Valore assoluto e prime proprietà. Funzioni e successioni (definizione). Successioni stabilizzate (Lemmi 2.1 e 2.2). Le operazioni elementari fra numeri reali positivi. Proprietà del valore assoluto. Le operazioni elementari fra numeri reali. Principio di Induzione (con applicazione alla dimostrazione della Disuguaglianza di Bernoulli ed allo studio della Successione Geometrica). Binomio di Newton*. Proprietà di Archimede. Densità di $\mathbb{Q}$ e di $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ in $\mathbb{R}$. L'equazione $x^n = a$. Radice n-esima aritmetica*. Potenze con esponente in $\mathbb{Q}$ e proprietà*. Disuguaglianze irrazionali*. Logaritmi e proprietà*. Insiemi limitati: minoranti e maggioranti, minimo e massimo, estremo inferiore e superiore. Esistenza di inf e sup. Completezza secondo Dedekind. Proprietà caratteristiche di inf e sup. Funzioni reali di variabile reale. Campo di esistenza. Esempi e funzioni elementari. Funzioni composte. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni limitate e nozioni correlate (min. e max. assoluto, punti di min. e max. assoluto, inf. e sup.). Funzioni iniettive, suriettive, biettive. Funzioni invertibili e funzione inversa.Funzioni inverse di opportune restrizioni delle funzioni trigonometriche. Grafico di una funzione. Grafico di funzioni iniettive e di funzioni inverse.

Capitolo 3. Distanza in $\mathbb{R}$ ed in $\mathbb{R}^2$. Proprietà. Intorni sferici. Punti interni, esterni, di accumulazione, di frontiera, isolati. Insiemi aperti, chiusi e loro proprietà. Interno, chiusura, frontiera, derivato di un insieme. Proprietà* (Proposizione 1.2 - Esercizio 1.11). Teorema di Heine-Borel (nel Paragrafo 1). Insiemi limitati in $\mathbb{R}$ ed in $\mathbb{R}^2$. Successioni. Limite di una successione. Teorema di Unicità del Limite. Teorema di Permanenza del Segno. Teorema del Confronto. Limiti di successioni monotòne. Limitatezza di successioni convergenti. Successione $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.* Successioni estratte e Teoremi relativi. Operazioni con i limiti di successioni*. Forme indeterminate. Teorema di Bolzano-Weierstrass (prima dimostrazione) e Corollario

4.1. Criterio di convergenza di Cauchy. Completezza secondo Cauchy. Completezza secondo Dedekind e completezza secondo Cauchy*. Limiti notevoli ($\lim_n \frac{\sin x_n}{x_n} = 1$ con $\lim_n x_n = 0$ e sue conseguenze, $\lim_n \sqrt[n]{n} = 1$, $\lim_n A^n$, $\lim_n \frac{A^n}{n^b}$* con $A \in \mathbb{R}, b > 0$, $\lim_n \left(1 + \frac{a}{x_n}\right)^{x_n} = e^a$* con $x_n \to +\infty$ oppure $x_n \to -\infty$ ed $a \in \mathbb{R}$, $\lim_n \frac{\log^b n}{n^c} = 0$*. Esercizio 7.9 e Proposizione 7.5*. Teoremi 7.6. Corollario 7.7, Teorema 7.9, Teorema sulla successione delle medie geometriche, Corollario 7.10; tutti senza dimostrazioni e solo nel caso di successioni regolari).

Capitolo 5. Limiti di funzioni. Legame fra i limiti di funzioni e limiti di successioni (Teorema 1.1). Teoremi sui limiti: Teorema di Unicità del Limite - Teorema di Permanenza del Segno - Teorema del Confronto - Limitatezza locale di funzioni convergenti - Criterio di convergenza di Cauchy - Operazioni con i limiti di funzioni - Forme indeterminate. $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{A(x)}{B(x)}$. Altri limiti notevoli*. Asintoti. Limiti di funzioni composte*. Limiti di funzioni monotone. Funzioni continue. Composizione di funzioni continue. Teorema di Esistenza degli Zeri. Teorema dei Valori Intermedi e suo significato. Teorema di Weierstrass. Punti di discontinuità. Punti di discontinuità delle funzioni monotone*. Successione definite per ricorrenza.

Capitolo 6. Motivazioni fisica e geometrica per l'introduzione del concetto di derivata. Definizione di derivata in un punto. Calcolo della derivata delle funzioni elementari in un punto. Funzione derivata. Derivate successive. Derivabilità e continuità. Significato geometrico del limite del rapporto incrementale (Retta tangente, punti angolosi, cuspidali, di flesso a tangente verticale). Derivabilità della funzione combinazione lineare, della funzione prodotto, della funzione reciproca, della funzione quoziente. Derivabilità di funzioni composte* e di funzioni inverse* (quest'ultimo con spiegazione geometrica del suo significato). Punti di estremo relativo. Teorema di Fermat. Condizione sufficiente per l'esistenza di punti di estremo relativo*. Teorema di Rolle (e suo significato geometrico), Teorema di Cauchy, Teorema di Lagrange (e suo significato geometrico). Loro equivalenza. Corollari 7.4 e 7.7. Condizione caratteristica per la monotonìa. Condizione caratteristica per la stretta monotonìa. Applicazioni allo studio di identità e di disequazioni. Teoremi di De L'Hopital*. Formula di Taylor*.

Capitolo 7. Definizione di funzione convessa e funzione concava. Enunciati e interpretazione geometrica della Proposizione 1.1, del Teorema 1.2, della Proposizione 1.3, del Teorema 2.1. Funzioni strettamente convesse e funzioni strettamente concave. Caratterizzazione della convessità (o della concavità) per funzioni derivabili una volta* e per funzioni derivabili due volte*. Punti di flesso e condizione necessaria per la loro esistenza*. Studio di funzioni.

Capitolo 12 e Capitolo 13. Definizione di metrica o distanza in $\mathbb{R}^n$. Disuguaglianza di Cauchy-Schwartz (Esempi 1.2 e 1.3-Cap.12). Intorni sferici (Definizione 1.2-Cap.12). Punti interni, esterni, di accumulazione, di frontiera e isolati. Insiemi aperti e insiemi chiusi. Insiemi limitati (Definizione 1.4-Cap.12). Limiti di funzioni (Cap.13). Limiti di funzioni composte. Limiti di restrizioni. Funzioni continue (Cap.12). Teorema di Weierstrass* (Cap.12). Connessione e proprietà (Cap.12). Connessione in $\mathbb{R}^*$ (Cap.12). Teorema di Esistenza degli Zeri* (Cap.12). Alcune osservazioni sulla definizione di limite e sul calcolo dei limiti. Teorema di confronto (Cap13). Derivate direzionali e derivate parziali e loro significato geometrico (Cap.13). Differenziabilità (Cap.13). La differenziabilità implica la derivabilità in ogni direzione (Cap.13). Esempi. Teorema del Differenziale Totale* (Cap.13). Significato geometrico della differenziabilità (Cap.13). Derivate successive (Cap.13). Invertibilità dell'ordine di derivazione (Teorema di Schwarz)*(Cap.13). Esempi. Punti di estremo relativo(Cap.13). Teorema di Fermat (Cap.13). Matrice Hessiana (Cap.13). Metodo per la ricerca dei punti di estremo (condizioni necessarie e condizioni sufficienti)* (Cap.13).

Le dimostrazioni relative agli argomenti contrassegnati con l'asterisco possono essere omesse