

Informatica

Prova in itinere del giorno 28-11-2003 di

Formazione Analitica.C1

1) Provare che

$$\sum_{k=2}^n \log \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) = \log \frac{n+1}{2n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2) Provare, utilizzando la definizione di limite, che

$$\lim \sqrt{\frac{n+1}{4n+3}} = \frac{1}{2}$$

3) Calcolare

$$\lim \frac{3^n n^n}{(4n)!}$$

4) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{[(n+2)!]^4} x^n$$

al variare del parametro $x \in \mathbb{R}^+$

Informatica

Prova in itinere del giorno 28-11-2003 di

Formazione Analitica.C2

1) Provare che

$$1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + n \times (n + 2) + n = \frac{(n + 1)(n + 2)(2n + 3)}{6} - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2) Provare, utilizzando la definizione di limite, che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^2}{n + 3} = -\infty$$

3) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n 2^n + n^2}{3^n + n^4}$$

4) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n + (x + 1)^n}$$

al variare del parametro $x \in]2, +\infty[$

Informatica

Prova in itinere del giorno 28-11-2003 di

Formazione Analitica.C3

1) Provare che

$$(n+1) + (n+2) + (n+3) + \dots + 2n = \frac{n(3n+1)}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2) Provare, utilizzando la definizione di limite, che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{n + 3} = +\infty$$

3) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n]{\frac{n^{3n}}{(3n)!}}$$

4) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^{2n}}$$

al variare del parametro $x \in \mathbb{R}^+$

Informatica

Prova in itinere del giorno 28-11-2003 di

Formazione Analitica.C4

1) Provare che

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{(n+1)} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2) Provare, utilizzando la definizione di limite, che

$$\lim \sqrt{\frac{4n+1}{n+3}} = 2$$

3) Calcolare

$$\lim \frac{\sqrt[n]{2} - 1}{\sqrt[2n]{3} - 1}$$

4) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{1+5^n}$$

al variare del parametro $x \in \mathbb{R}^+$

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica

del giorno 03-06-2004

1) Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x - x \cos x)(e^x - 1)}{\sin^3 x \operatorname{arctg} x}$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = (x + 1) - (x + 1) \ln \frac{1}{|x|}$$

e disegnarne il grafico

3) Calcolare i seguenti integrali

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \frac{\cos x + \sqrt{2 \cos x - 1}}{\cos x - \sqrt{2 \cos x - 1}} dx$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{2|x - 1|}{1 - |x - 1|(x - 1)} dx$$

Informatica

Prova scritta del giorno 01-10-2004 di

Formazione Analitica

1) Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \frac{2^{3x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} x)}$$

2) Dimostrare che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + 5} = 0$$

utilizzando la definizione di limite.

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \ln(4 \cos^2 x + 8 \sin x - 7)$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$$

dopo aver determinato il campo di esistenza della funzione integranda.

C.d.L. in Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica

del giorno 20-12-2004

1) Usando la definizione di limite dimostrare che

$$\lim_n \arcsin \frac{n+1}{n+2} = \frac{\pi}{2}$$

2) Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{[\cos(2x)]^{\sin^2 x} - 1}{x^4}$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = (x^2 + 3x + 2) e^{-|x|}$$

e disegnarne il grafico

4) Calcolare il seguente integrale improprio

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$$

Informatica

Prova scritta del giorno 30-01-2004 di

Formazione Analitica

1) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n}{1+n^{\alpha}}$$

al variare del parametro $\alpha \in]1, +\infty[$

2) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^{3x} - 1}{\log(1+x)} \sin x$$

3) Provare che $x = 0$ è l'unica soluzione dell'equazione

$$x = \log(1+x).$$

Quindi studiare la successione definita per ricorrenza ponendo

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \log(1+a_n) \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x|x|}{\sqrt{x^2-x}}$$

e disegnarne il grafico

5) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \operatorname{arctg} \frac{|x|+1}{x-1} dx$$

Informatica

Prova scritta del giorno 19-02-2004 di

Formazione Analitica

1) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} [\sin n^{-4}]}{n^{\alpha-2}}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

2) Calcolare il limite della seguente successione

$$a_1 = \beta, a_{n+1} = \frac{a_n^3 + 1}{2} \quad n \in \mathbb{N}$$

nei casi $\beta = \frac{1}{2}$ e $\beta = 2$.

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1}}{x - 2}$$

e disegnarne il grafico

5) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \cos x \log(1 + \sin^2 x) dx$$

Informatica

Prova scritta del giorno 15-04-2004 di

Formazione Analitica

1) Calcolare il limite seguente

$$\lim_n \frac{\left(2^{\operatorname{tg} \frac{1}{n}} - 1\right) \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)}{\ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin \frac{1}{n^\alpha}}$$

al variare del parametro reale positivo α .

2) Data la funzione

$$f(x) = \ln[\sqrt{x^2 - 2x + 1} + |x + 4| - 2]$$

determinarne il campo di esistenza e quindi gli estremi inferiore e superiore.

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \arcsin(x^2 + |2x + 1|)$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \sin(2x) \operatorname{arctg}(1 + \sin x) dx$$

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica

del giorno 03-06-2004

1) Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x - x \cos x)(e^x - 1)}{\sin^3 x \operatorname{arctg} x}$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = (x + 1) - (x + 1) \ln \frac{1}{|x|}$$

e disegnarne il grafico

3) Calcolare i seguenti integrali

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \frac{\cos x + \sqrt{2 \cos x - 1}}{\cos x - \sqrt{2 \cos x - 1}} dx$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{2|x - 1|}{1 - |x - 1|(x - 1)} dx$$

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica

del giorno 09-06-2004

1) Determinare i limiti seguenti

$$\lim_n \frac{\sqrt{|n^2 - 9|} - 1}{n} \quad \lim_n e^{\frac{\log n - 2}{3 \ln - 1}}$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1 - |x|}{|2x - x^2|}$$

e disegnarne il grafico

3) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x^2 \log(1 + x^2) dx$$

4) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^\pi \frac{\cos x - \cos^3 x}{1 + \sin^2 x} dx$$

Informatica

Prova scritta del giorno 14-09-2004 di

Formazione Analitica

1) Calcolare il limite seguente

$$\lim_n \frac{\sqrt{n^4 + 3n^3 + 1} - (n + 1)^2}{\sqrt[3]{n^6 + 1} + n^2}$$

2) Studiare la monotonia della successione seguente

$$\left(\frac{n}{n^2 + 49} \right)$$

determinandone poi l'estremo superiore e quello inferiore.

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{|x - 1| - 1}{x}$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{e^x + 1}{e^{3x} - e^x} dx \quad x > 0$$

Informatica

Prova scritta del giorno 14-06-2005 di

Formazione Analitica (A-E)

1) Calcolare i limiti seguenti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{x^2} - 2^{x^2}}{x \log(1+x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg} x^2 - x^2 e^{-x^2}}{x \sin x}$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{|x+7|}{x+5}$$

e disegnarne il grafico.

3) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} dx \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{2}$$
$$\int \operatorname{tg}^2 x (1 + \operatorname{tg}^2 x) e^{\operatorname{tg} x} dx \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica (A-E)

del giorno 11-07-2005

1) Utilizzando la definizione di limite provare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{n}}{n+1} = +\infty$$

2) Studiare la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = 2xe^{4-2x^2}$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

dopo aver determinato il campo di esistenza della funzione integranda.

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica (A-E)

del giorno 06-09-2005

1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin x)^{\frac{1}{\log x}} - e}{(1 + \sin x)^{\frac{1}{x}} - e}$$

2) Dato il parametro reale α , dire per quali suoi valori la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin x |\sin x|^\alpha & x \in]-\pi, \pi[\setminus \{0\} \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

risulta continua e derivabile nel punto $x = 0$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = (x + 3)^{\frac{1}{3}} \left(x - \frac{3}{5}\right)^{-\frac{4}{3}} e^{2\log|x-1|}$$

e disegnarne il grafico

4) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \cos x}$$

C.d.L. in Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica

del giorno 27-09-2005

1) Data la successione di primo termine un arbitrario numero reale $a \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ e di termine generale

$$a_{n+1} = a_n^3 - a_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

dire per quali valori di a essa è

(i) non crescente

(ii) non decrescente.

Quindi, in ambo i casi, determinarne il limite.

2) Calcolare i limiti seguenti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\log \frac{x+1}{x+2} \right] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arcsin x} - e^{\arctg x}}{\arcsin x - \arctg x}$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = |\sin x| + |\sin(2x)|$$

e disegnarne il grafico

4) Dimostrare che per ogni $x \in [0, +\infty[$ si ha

$$\int_0^x e^{-t^2} dt \leq \frac{x + e - 1}{e}$$

5) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x \log x}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}} dx$$

Informatica

Prova scritta del giorno 31-01-2006 di

Formazione Analitica (9 crediti)

1) Provare, utilizzando il principio di induzione, che il numero $n^2 + 11n + 28$ è pari, per ogni $n \in \mathbb{N}$.

2) Determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore del seguente insieme numerico

$$X = \left\{ \frac{n}{2n^2 + 32}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{|(x-1)(2+x)|}$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \sin^2 x} dx \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica (9 crediti)

del giorno 21-02-2006

1) Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x} - 1) \sin^2[\cos(\pi x) + 1]}{[(x + 1)^3 - 8] \log x}$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = (\sqrt{|x|} - \sqrt{|x - 2|}) e^{-\frac{|x|+x}{2}}$$

e disegnarne il grafico.

3) Data la funzione

$$f(x) = \arcsin \sqrt{1 - 4x^2}$$

determinarne il campo di esistenza, eventuali punti di estremo relativo ed assoluto, almeno un intervallo in cui risulta invertibile e, quindi, la legge di definizione della funzione inversa, di cui si chiede di precisare il dominio.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{1 + \sin x}} dx$$

CdL in Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica (A-C)

del giorno 07-03-2006

1) Calcolare, se esistono, i limiti seguenti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arcsin \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - \frac{\pi}{2}}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x + \operatorname{tg}^2 x}{(1 - \cos x)^2}$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - |x|}{x + 4}}$$

e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale seguente

$$\int \frac{1+x}{\sqrt{1-x}} dx$$

Corso di Studi in Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica (A-L)

del giorno 13-06-2006

1) Determinare estremo inferiore e superiore del seguente insieme numerico

$$X = \left\{ \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R} \right\}$$

2) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(\sin^2 x + x^2 \cos^2 x) \operatorname{tg} x}{(x^2 - 2x + 2 \sin x) \sin^3 x}$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = (x - 1) \sqrt{2x - x^2}$$

e disegnarne il grafico

4) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \cos x \log^2(\sin x) dx$$

Corso di Laurea in Informatica

**Prova scritta dell'esame di
Formazione Analitica**

04-07-2006

1) Studiare il seguente insieme numerico

$$X = \left\{ \frac{n}{n^2 + 36} : n \in N \right\}$$

determinandone gli estremi inferiore e superiore, precisando se si tratta di minimo o massimo.

2) Studiare la successione

$$\left(\frac{n^3 + n + 1}{n^3 + 1} \right)^{n^\alpha}$$

al variare del parametro reale positivo α .

3) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^3 x} dx$$

Corso di Laurea in Informatica

**Prova scritta dell'esame di
Formazione Analitica (A-C)**

06-09-2006

1) Studiare il seguente insieme numerico

$$X = \left\{ \frac{n}{n^2 + 36} : n \in N \right\}$$

determinandone gli estremi inferiore e superiore, precisando se si tratta di minimo o massimo.

2) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$$

determinarne il dominio e gli eventuali punti di flesso.

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 2}$$

determinarne il dominio D . Dire poi se essa risulta iniettiva negli insiemi $D \cap] - \infty, 0[$ e $D \cap] - 2, +\infty[$.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^3 x} dx$$

CORSO di LAUREA in INFORMATICA

Prova scritta di Formazione Analitica (A-C) (9 crediti)/ 27-09-2006

1) Calcolare il seguente

$$\lim_n \frac{\log(n+1) - \log n}{\sin \frac{1}{n} \left(2^{\sin \frac{1}{n}} - 1 \right)}.$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + x} - x & x \in]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[\\ \sin(2\pi x) & x \in]-1/2, 0] \\ \sqrt{2x^2 + x} & x \in [-1, -1/2] \end{cases}$$

determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f , precisando se si tratta di punti di massimo e minimo assoluto.

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2|x| + x^2 + x}{x + 1}$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos x \log(1 + \cos^2 x) \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx$$