

“COMPUTABILITÀ”
LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2006/07

II appello sessione estiva – 2 luglio 2007

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Si dimostri che esiste una funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ totale e non calcolabile tale che

- (a) $f(x) \geq 2$, per ogni $x \in \mathbb{N}$,
- (b) x divide $f(x)$, per ogni $x \geq 1$.

Nota: non basta definire la funzione, ma occorre anche dimostrare la sua non calcolabilità.

ESERCIZIO 2

- (a) Si definisca l'operatore di minimalizzazione applicato a predicati e si enunci una proprietà ad esso relativa.
- (b) Si dimostri quindi che se f è una funzione unaria calcolabile, allora anche la seguente funzione è calcolabile:

$$g(x) \simeq \begin{cases} x^2, & \text{se } f(y) \cdot x \text{ è un quadrato perfetto, per qualche } y \geq x^2 \\ \uparrow, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Dopo aver definito le nozioni di *predicato decidibile* e di *predicato parzialmente decidibile*, si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario

$$P(x) =_{Def} \text{“} W_x \text{ contiene solo numeri pari ed } E_x \text{ contiene solo numeri dispari”}$$

e della sua negazione.