

**“COMPUTABILITÀ”**  
**LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2006/07**

I appello sessione estiva – 13 giugno 2007

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione calcolabile e totale.

Si dimostri che esiste una funzione  $g$  non calcolabile e totale tale che  $g(x) > f(x)$ , per ogni  $x \in \mathbb{N}$ .

**ESERCIZIO 2**

Si stabilisca se possa esistere una funzione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  totale e calcolabile che soddisfi la seguente condizione:

$$(\forall n \in \mathbb{N})(\phi_n(n) \downarrow \implies H_1(n, n, f(n))),$$

dove  $H_1$  è il predicato introdotto a lezione.

**ESERCIZIO 3**

Si dimostri mediante la tecnica della riduzione che il seguente predicato

$$P(x) =_{Def} “5 \in W_x \wedge 7 \in W_x”$$

è indecidibile.