

“COMPUTABILITÀ”
LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2006/07

II appello Sessione anticipata – 26 Febbraio 2007

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

I PARTE

ESERCIZIO 1

Si dimostri che esiste una funzione totale e non calcolabile f che assume soltanto i valori 3 e 5, cioè tale che $\text{Ran}(f) \subseteq \{3, 5\}$.

ESERCIZIO 2

Data una funzione g totale calcolabile, si dimostri che anche la seguente funzione è calcolabile:

$$f(x) \simeq \begin{cases} g(x) & \text{se } \{g(x), g(x^2), g(x^3), \dots\} \cap \{x, x^2, x^3, \dots\} \neq \emptyset \\ \uparrow & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Si definisca in maniera precisa la famiglia delle funzioni primitive ricorsive e si dimostri che ogni funzione ottenuta per ricorsione primitiva a partire da funzioni calcolabili è a sua volta calcolabile.

II PARTE (II prova in itinere)

ESERCIZIO 4

Si enunci il teorema s - m - n e lo si applichi per dimostrare che esiste una funzione totale calcolabile $s(x)$ tale che

$$\begin{aligned} W_{s(x)} &= \{x, 2x, 3x, \dots\} \\ E_{s(x)} &= \{x, x^2, x^3, \dots\}. \end{aligned}$$

ESERCIZIO 5

Una funzione unaria f si dice 3 -costante se esistono almeno tre elementi *distinti* x_1, x_2, x_3 del suo dominio tali che $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$.

Si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato binario

$$P(x) =_{Def} \text{“la funzione } \phi_x \text{ è 3-costante”}$$

e della sua negazione $\neg P(x)$.